



دانشگاه کردستان
دانشکده مهندسی
گروه مهندسی عمران

عنوان:

مدلسازی ترک خمشی در تیرها و دالهای یکطرفه بتن آرمه

پژوهشگر:

اشکان عظیمی وزیری

استاد راهنما:

دکتر هوشنگ دباغ

پایان نامه کارشناسی ارشد رشته مهندسی عمران گرایش سازه

مهر ماه ۱۳۹۲

کلیه حقوق مادی و معنوی مترتب بر نتایج مطالعات،

ابتکارات و نوآوری های ناشی از تحقیق موضوع

این پایان نامه متعلق به دانشگاه کردستان است.

تعهد نامه

اینجانب اشکان عظیمی وزیری دانشجوی کارشناسی ارشد رشته مهندسی عمران گرایش سازه دانشگاه کردستان، دانشکده مهندسی گروه مهندسی عمران تعهد می‌نمایم که محتوای این پایان نامه نتیجه تلاش و تحقیقات خود بوده و از جایی کپی برداری نشده و به پایان رسانیدن آن نتیجه تلاش و مطالعات مستمر اینجانب و راهنمایی و مشاوره اساتید بوده است.

با تقدیم احترام

اشکان عظیمی وزیری



دانشگاه کردستان
دانشکده مهندسی
گروه مهندسی عمران

پایان نامه کارشناسی ارشد رشته مهندسی عمران گرایش سازه

عنوان:

مدلسازی ترک خمشی در تیرها و دالهای یکطرفه بتن آرمه

پژوهشگر:

اشکان عظیمی وزیری

در تاریخ ۱۳۹۲/۰۷/۲۱ توسط کمیته تخصصی و هیات داوران زیر مورد بررسی قرار گرفت و با نمره ۱۹/۵۲ و درجه عالی به تصویب رسید.

<u>امضاء</u>	<u>مرتبه علمی</u>	<u>نام و نام خانوادگی</u>	<u>هیات داوران</u>
	استادیار	دکتر هوشنگ دباغ	۱- استاد راهنما
	استادیار	دکتر علیرضا حبیبی	۲- استاد داور خارجی
	استادیار	دکتر محمد اسماعیل نیا عمران	۳- استاد داور داخلی

مهر و امضاء معاون آموزشی و تحصیلات تکمیلی

مهر و امضاء گروه

دانشکده

دکتر جمیل بهرامی

چکیده

بدلیل ضعف بتن در کشش، ترک خوردگی در سازه‌های بتن آرمه اجتناب ناپذیر است. اگرچه اصل وجود ترکها مشکلی برای سازه ایجاد نمی‌کند، با این وجود در شرایط بهره‌برداری از سازه به دلایلی از قبیل حفظ ظاهر و زیبایی سازه، احساس امنیت در استفاده‌کنندگان از سازه، حفظ میلگردها از خوردگی و جلوگیری از نشت آب باید کنترل شود که عرض ترک از حد مجاز و قابل قبول تجاوز نکند. از اینرو، کنترل ترک خوردگی یکی از مهمترین معیارهای طراحی سازه‌های بتن آرمه در حالات حدی بهره‌برداری می‌باشد. در پایان نامه حاضر پدیده ترک خوردگی خمشی در تیرها و دالهای یکطرفه بتن آرمه بصورت تحلیلی و از دیدگاه بارگذاری کوتاه مدت مورد مطالعه قرار گرفته است. با مطالعه رفتار پیوستگی بتن و فولاد، یک توزیع تنش پیوستگی برای آرماتورهای آجدار در شرایط معمولی پیشنهاد شده، سپس یک مدل تحلیلی جهت توصیف رفتار ترک خمشی توسعه داده شده است. در مدل یاد شده، از یک عضو کششی برای شبیه سازی ناحیه کششی عضو خمشی بهره برده شده است. همچنین برای سطح مقطع این عضو کششی، یک تعریف تحلیلی از مقایسه تنش کششی در مقطع ترک خورده خمشی و تنش در یک عضو کششی بلافاصله پس از ایجاد ترک ارائه گردیده است. اعتبارسنجی مدل پیشنهادی پایان نامه از طریق مقایسه نتایج مدل با نتایج تجربی انجام شده توسط سایر محققین صورت گرفته است. این صحت سنجی نشان داده که مدل ارائه شده دقت کافی در توصیف و مدلسازی ترک خمشی در تیرها و دالهای یکطرفه بتن آرمه دارد.

کلمات کلیدی: مدل تحلیلی، ترک خمشی، عرض ترک، فاصله ترکها، تنش پیوستگی، بتن آرمه.

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۱	مقدمه
۵	فصل اول (بررسی پیشینه تحقیق)
۵	۱-۱ مقدمه
۵	۲-۱ پارامترهای موثر در عرض و فاصله ترکها
۶	۳-۱ پیش‌بینی عرض و فاصله ترکهای خمشی
۷	۱-۳-۱ مطالعات تحلیلی
۱۵	۲-۳-۱ مطالعات تجربی
۱۷	۴-۱ روشهای کنترل ترک خمشی در آیین‌نامه‌های ساختمانی
۲۲	فصل دوم (اندرکنش فولاد و بتن)
۲۲	۱-۲ مقدمه
۲۳	۲-۲ رفتار پیوستگی - لغزش فولاد و بتن
۲۳	۱-۲-۲ مکانیزم وقوع پیوستگی
۲۴	۲-۲-۲ ساز و کار لغزش پیوستگی
۲۶	۳-۲ تنش پیوستگی - لغزش
۲۶	۱-۳-۲ روشهای تجربی ارزیابی تنش پیوستگی و لغزش
۲۹	۲-۳-۲ روابط تنش پیوستگی - لغزش
۳۱	۳-۳-۲ تاثیر فاصله از ترک بر رابطه تنش پیوستگی - لغزش
۳۳	۴-۲ توزیع تنش پیوستگی
۳۳	۱-۴-۲ مطالعات تجربی
۳۴	۲-۴-۲ توزیع تنش پیوستگی پیشنهادی
۳۷	فصل سوم (مدل تحلیلی ترک خمشی)
۳۷	۱-۳ مقدمه
۳۷	۲-۳ مدلسازی ترک خمشی
۳۷	۱-۲-۳ کلیات
۳۹	۲-۲-۳ توصیف مدل
۴۳	۳-۲-۳ محاسبه عرض ترک

۴۴مقایسه با نتایج تجربی.....۳-۳
۵۰ فصل چهارم (نتیجه گیری).....
۵۰ خلاصه و نتیجه گیری.....۱-۴
۵۱ پیشنهادات.....۲-۴
۵۲ منابع.....

فهرست جداول

صفحه	عنوان
۲۰	جدول ۱-۱ مقادیر β ، η و τ_{bm} برای میگردهای آجدار [۱].....
۴۵	جدول ۱-۳ مشخصات نمونه‌های آزمایش شده توسط کلارک [۲] و کای و کرسٹین [۳].....
۴۸	جدول ۲-۳ جزییات نمونه‌های آزمایش شده توسط گیلبرت و نژادی [۵۲].....
۴۹	جدول ۳-۳ مقایسه نتایج مدل پیشنهادی و برخی روابط با نتایج تجربی.....

فهرست اشکال

صفحه

عنوان

۸ شکل ۱-۱ سطح موثر بتن [۳]
۹ شکل ۲-۱ عضو خمشی تحت اثر لنگر خالص در بخش میانی دهانه [۳]
۱۱ شکل ۳-۱ موقعیت دو میلگرد [۱۰]
۱۲ شکل ۴-۱ ترک خمشی در تراز آرماتور [۴]
۱۲ شکل ۵-۱ محاسبه عرض ترک در وجه کششی مقطع از طریق شیب کرنش [۴]
۱۳ شکل ۶-۱ پوشش بتنی کنترل کننده [۴]
۱۴ شکل ۷-۱ تیر ترک خورده ایده آل شده [۱۶]
۲۴ شکل ۱-۲ نحوه انتقال تنش پیوستگی بین میلگرد آجدار و بتن
۲۵ شکل ۲-۲ نمایش ترکهای پیوستگی
۲۶ شکل ۳-۲ نمایش ریزترکهای داخلی در بتن پیرامون میلگرد آجدار [۵]
۲۷ شکل ۴-۲ آزمایش بیرون کشیدگی
۲۹ شکل ۵-۲ آزمایش کششی تک محوره
۳۲ شکل ۶-۲ منحنیهای تنش پیوستگی - لغزش برای نقاط مختلف در طول میلگرد [۶]
۳۴ شکل ۷-۲ توزیع تنش پیوستگی حاصل از آزمایشهای جیانگ و همکارانش [۷]
۳۴ شکل ۸-۲ توزیع تنش پیوستگی حاصل از آزمایشهای کنکام [۸]
۳۵ شکل ۹-۲ توزیع تنش پیوستگی پیشنهادی در این پایان نامه
۳۸ شکل ۱-۳ ترک خمشی در تیر و دال یکطرفه بتن آرمه
۳۹ شکل ۲-۳ مدل تحلیلی ترک خمشی
۴۰ شکل ۳-۳ توزیع تنش پیوستگی پیشنهادی (منحنی سینوسی)
۴۱ شکل ۴-۳ عضو کششی بتن آرمه و نمودارهای جسم آزاد المانهای فولادی و بتنی
۴۳ شکل ۵-۳ تغییر طول فولاد و بتن بین دو ترک متوالی و نمایش عرض ترک
۴۴ شکل ۶-۳ عرض ترک در وجه کششی
۴۷ شکل ۷-۳ بررسی دقت مدل پیشنهادی و برخی روابط در مقایسه با نتایج تجربی

مقدمه

۱- کلیات

به طور کلی هدف از طراحی یک سازه، تامین ایمنی در مقابل فروریختگی و تضمین عملکرد مناسب در زمان بهره‌برداری می‌باشد. مقاومت^۱ و قابلیت بهره‌برداری^۲ دو معیار اصلی در طراحی سازه‌های بتن آرمه هستند. مقاومت، توانایی سازه در تحمل بارهای نهایی طراحی بدون شکست و گسیختگی می‌باشد. در قابلیت بهره‌برداری، رفتار سازه تحت اثر بارهای بهره‌برداری و بدون ضریب و با تاکید بر کنترل ترک خوردگی و تغییر شکل سازه مورد بررسی قرار می‌گیرد.

بدلیل ضعف بتن در کشش، ترک خوردگی در سازه‌های بتن آرمه اجتناب ناپذیر است. ترک خوردگی در یک عضو بتن آرمه به دلایل متنوعی ایجاد می‌شود. ترکها ممکن است در بتن تازه (قبل از گیرش خمیر سیمان) و یا بتن سخت شده رخ دهند. در ساعات اولیه پس از بتن ریزی و قبل از گیرش بتن ترک پلاستیک ممکن است تشکیل شود. ترک خوردگی پلاستیک دو نوع می‌باشد: ترک خوردگی ناشی از جمع‌شدگی^۳ پلاستیک (متداول در دالها) و ترک خوردگی ناشی از نشست پلاستیک (رایج در تیرها و قطعات عمیق) که هر دو نوع از ترک خوردگی پلاستیک با آب انداختن بتن همراه هستند. در بتن سخت شده ترک ممکن است به دلیل بارهای خارجی (کشش مستقیم، خمش، برش، پیچش، پیوستگی^۴ و...) یا ناشی از تغییر شکلهای مقید (جمع‌شدگی، تغییرات حرارتی و...) ایجاد شود.

در شرایطی که تنش در آرماتور کششی تحت اثر بارهای بهره‌برداری کم باشد، فارغ از ترکهای ناشی از تغییر شکلهای مقید، ترک خوردگی بسیار محدود خواهد بود. پیدایش میلگردهای فولادی پرمقاومت

¹ Strength

² Serviceability

³ Shrinkage

⁴ Bond

در سالهای اخیر کنترل ترک خوردگی را به مسئله‌ای مهم تبدیل کرده است. پی‌آمد استفاده از این نوع میلگردها کاهش فولاد مقطع بتن آرمه در طراحی بر اساس معیار مقاومت بوده، که در نتیجه پس از ترک خوردگی سختی مقطع کمتر و تنش در آرماتور کششی بیشتر شده و متعاقب آن عرض ترکها بیشتر خواهد شد. اگر چه اصل وجود ترکها مشکلی برای سازه ایجاد نمی‌کند، با این وجود در شرایط بهره‌برداری از سازه به دلایلی از قبیل حفظ ظاهر و زیبایی سازه، احساس امنیت در استفاده‌کنندگان از سازه، حفظ میلگردها از خوردگی و جلوگیری از نشت آب باید کنترل شود که عرض ترک از حد مجاز و قابل قبول تجاوز نکند. از اینرو، کنترل ترک خوردگی یکی از مهمترین معیار طراحی سازه‌های بتن آرمه در حالات حدی بهره‌برداری^۱ می‌باشد.

در طراحی سازه‌های بتن آرمه دو روش کلی برای کنترل ترک خوردگی وجود دارد. در روش اول عرض ترک^۲ محاسبه شده و با مقدار مجاز تعیین شده توسط آیین‌نامه مقایسه می‌شود. در روش دوم برای کنترل ترک خوردگی جزئیات آرماتوربندی از قبیل محدودیت فاصله بین میلگردهای کششی، حداکثر قطر میلگرد و حداقل سطح مقطع فولاد کششی پیشنهاد می‌شود. فقط ترکهای ناشی از بارهای خارجی و تغییرشکلهای مقید بطور موثر با آرماتور گذاری قابل کنترل می‌باشند. بطور کلی وجود آرماتورها منجر به توزیع ترکها شده و در این شرایط عرض و فاصله ترک خوردگی کنترل می‌شود. سایر انواع ترکها به طریقی از قبیل اصلاح طرح اختلاط، کنترل روشهای اجرا و تامین پوشش بتنی میلگردها قابل کنترل هستند.

ترک خوردگی معمولاً بصورت ریزترکها^۳ در خمیر سیمان آغاز می‌شود. با گسترش و پیوستن ریزترکها، ترکهای مرئی با عرض قابل اندازه‌گیری تشکیل می‌گردد. عرض ترک به عواملی نظیر مقدار، موقعیت و نحوه توزیع آرماتورهای عبوری از ترک و همچنین پیوستگی بین میلگرد و بتن در مجاورت و محل ترک بستگی دارد. حداکثر مقدار قابل قبول برای عرض ترک به عواملی نظیر نوع سازه، موقعیت عضو در سازه، شرایط محیطی و نیز پی‌آمد ترک خوردگی بیش از حد وابسته است. برخی از آیین‌نامه‌های ساختمانی برای شرایط متعارف و در معرض دید حداکثر عرض ترک را حدود ۰/۳ میلیمتر توصیه می‌کنند. در شرایط محیطی خورنده جهت حفظ و تامین پایایی، حداکثر مقدار عرض ترک بایستی بطور قابل ملاحظه‌ای کوچکتر منظور شود (۰/۱ میلیمتر)، اما در نقاط داخلی ساختمان که در معرض دید نباشد این پارامتر در حدود ۰/۵ میلیمتر نیز قابل قبول می‌باشد.

۲- اهداف و روش تحقیق

مرور روابط موجود جهت تخمین عرض ترک خمشی نشان می‌دهد که هر یک از روابط دربرگیرنده مجموعه‌ای از پارامترهای مختلف می‌باشد. در واقع با وجود مطالعات تجربی متعدد انجام شده، توافق

¹ Serviceability Limit States

² Crack Width

³ Microcracks

عمومی مابین محققین در رابطه با متغیرهای مهم و موثر بر عرض ترک خمشی وجود ندارد. دلیل این امر محدودیت آزمایش‌های تجربی انجام شده بر اساس تاثیر هر یک از پارامترها به تنهایی می‌باشد؛ که البته انجام چنین کارهای آزمایشگاهی بدلیل تعداد زیاد متغیرهای موثر و وابسته بودن بعضی از این متغیرها، متحمل هزینه و صرف وقت زیادی می‌شود. از طرفی یک مدل ریاضی که در تعیین عرض ترک خمشی توانا باشد قادر به غلبه بر این مشکل بوده و امکان لحاظ پارامترهای بیشتری را بدون پیچیدگیهای موجود در کارهای آزمایشگاهی دارد. هدف اصلی این تحقیق توسعه یک مدل تحلیلی جهت پیش‌بینی عرض ترک خمشی بوده، طوریکه در آن حداکثر تعداد پارامترهای ممکن لحاظ گردد. از اهداف دیگر این پژوهش ارزیابی دقت رابطه ارائه شده در مبحث نهم مقررات ملی ساختمان جهت محاسبه عرض ترک خمشی می‌باشد.

در این پایان‌نامه برای حصول به اهداف فوق، پدیده ترک خمشی به روش تحلیلی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. ابتدا رفتار و عملکرد پیوستگی در سطح مشترک بتن و فولاد بررسی می‌شود. با استفاده از نتایج تجربی موجود در خصوص ثبت مقادیر تنش پیوستگی در آزمایش کشش تک محوری، یک توزیع تنش پیوستگی در طول فاصله دو ترک متوالی پیشنهاد می‌شود. سپس، به روش تحلیلی تعریف جدیدی از سطح موثر کششی بتن در تیرها و دالهای یکطرفه بتن آرمه ارائه می‌شود. بکمک توزیع تنش پیوستگی پیشنهادی و سطح موثر معرفی شده، یک مدل تحلیلی با هدف ارزیابی عرض ترک خمشی توسعه داده می‌شود. اعتبار سنجی مدل تحلیلی ارائه شده با مقایسه نتایج آن با نتایج تجربی سایر محققین صورت می‌پذیرد. دقت نتایج مدل مذکور در مقایسه با برخی روابط تحلیلی و تجربی مرور شده در پیشینه تحقیق نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۳- گستره تحقیق و فرضیات اساسی

تمرکز پژوهش حاضر بر روی تیرها و دالهای یکطرفه بتن آرمه بوده و بررسی دالهای دو طرفه از گستره مطالب این پایان‌نامه خارج می‌باشد. سطح مقطع عضو مستطیلی در نظر گرفته شده و مصالح الاستیک فرض می‌شوند. ترک خمشی در ناحیه‌ای با لنگر ثابت تعیین می‌شود و عضو دارای نمودار لنگر متغیر مورد بررسی قرار نمی‌گیرد. تغییرشکل‌های برشی، حرارتی و همچنین اثرات جمع‌شدگی و خزش منظور نمی‌شوند. ترک خمشی تحت شرایط بارگذاری کوتاه مدت مدلسازی می‌شود و بررسی بارگذاری دراز مدت و بارگذاری دوره‌ای از گستره این پژوهش خارج می‌باشد.

۴- فصل بندی پایان نامه

پس از مقدمه حاضر، فصل اول به بررسی پیشینه تحقیق اختصاص دارد. در این فصل تعدادی از مهمترین روابط تحلیلی و تجربی موجود جهت محاسبه عرض و فاصله ترکهای خمشی ارائه می شود. سپس، روشهای کنترل ترک خوردگی در مبحث نهم مقررات ملی و آیین نامه های ACI 318-11، Model Code 2010 و Eurocode 2-92، نیز مرور خواهد شد.

عرض و فاصله ترکها در اعضای بتن آرمه بطور قابل ملاحظه ای تحت تاثیر نیروی پیوستگی ایجاد شده در سطح مشترک فولاد مسلح کننده و بتن پیرامونی آن قرار دارند. از اینرو در فصل دوم، عملکرد پیوستگی در سطح مشترک بتن و فولاد مورد بررسی قرار گرفته و تعدادی از مطالعات موجود در خصوص تنش پیوستگی - لغزش مرور خواهد شد. در این فصل بجای رابطه تنش پیوستگی - لغزش، یک توزیع تنش پیوستگی بمنظور مدلسازی ترک خمشی پیشنهاد شده است.

در فصل سوم ضمن پیشنهاد رابطه ای برای سطح موثر کششی بتن، مدل تحلیلی تعیین عرض و فاصله ترکهای خمشی در تیرها و دالهای یکطرفه بتن آرمه ارائه می شود. اعتبار سنجی مدل از طریق مقایسه نتایج آن با نتایج تجربی سایر محققین صورت پذیرفته است. همچنین دقت نتایج مدل مذکور در مقایسه با برخی از روابط موجود در پیشینه تحقیق مورد بررسی قرار می گیرد.

فصل چهارم به نتیجه گیریهای این پژوهش و ارائه پیشنهادهایی جهت تحقیقات آینده تخصیص یافته است.

فصل اول

بررسی پیشینه تحقیق

۱-۱ مقدمه

در این فصل، پیشینه‌ای در رابطه با ترک خوردگی اعضای خمشی بتن آرمه مرور خواهد شد. ابتدا پارامترهای موثر و مهم در ترک خوردگی خمشی بررسی شده و تعدادی از مهمترین مطالعات تحلیلی و تجربی انجام شده جهت تخمین عرض و فاصله این ترکها بیان و تشریح می‌گردد. سپس، روشهای کنترل ترک خوردگی در مبحث نهم مقررات ملی و آیین‌نامه‌های ACI 318-11، Model Code 2010 و Eurocode 2-92، ارائه خواهد شد.

۲-۱ پارامترهای موثر در عرض و فاصله ترکها

با وجود تحقیقات تجربی متعدد انجام شده، توافق عمومی مابین محققین در رابطه با متغیرهای مهم و موثر در عرض و فاصله ترکهای خمشی وجود ندارد [۱-۸]. بر اساس تحقیقات گرگلی و لوتز^۱ [۵]، مشخصات نمونه‌های هر مطالعه و تاثیر غیرمستقیم سایر پارامترها ممکن است به نتیجه‌گیریهای متفاوتی در نوع پارامترهای موثر در ترکهای خمشی بیانجامد. در مطالعات مختلف جهت تخمین عرض و فاصله ترکها تاثیر پارامترهایی نظیر قطر میلگرد، نسبت فولاد مقطع و ضخامت پوشش بتن روی میلگردها بطور متفاوتی بیان شده است. اما بصورت مشترک در اکثر مطالعات می‌توان دریافت که در صورت بررسی تاثیر هر

^۱ Gergely and Lutz

پارامتر و ثابت ماندن سایر پارامترها، افزایش قطر میلگرد، افزایش ضخامت پوشش بتن روی میلگردها و یا کاهش نسبت فولاد کششی باعث افزایش عرض ترک خواهد شد [۵، ۸-۱۲]. بمنظور بررسی تاثیر پوشش بتن روی میلگردها، مخلوف و ملهاس^۱ مطالعه‌ای تجربی بر روی ۱۶ تیر بتن آرمه انجام دادند [۷]. نتایج آزمایشهای ایشان نشان داد که با افزایش ضخامت پوشش بتنی از ۳۰ میلیمتر به ۶۰ میلیمتر، عرض ترک حدود ۱۶ درصد افزایش می‌یابد. علی‌رغم اینکه افزایش ضخامت پوشش بتنی عرض ترکها را بیشتر می‌کند، استفاده از پوشش بتنی ضخیم‌تر یک راهکار عملی جهت حفظ میلگردها از خوردگی معرفی شده است [۱۳]. پیاسنا^۲ و همکاران در سال ۲۰۰۴ با انجام مطالعه‌ای تحلیلی به تحقیق در خصوص پارامترهای موثر در عرض و فاصله ترکهای خمشی پرداختند [۱۴]. این محققین تاثیر هر یک از پارامترها را با فرض ثابت بودن سایر متغیرها مورد بررسی قرار دادند. بر اساس نتایج بدست آمده تغییرات مقاومت بتن تاثیر محسوسی در عرض و فاصله ترکها ندارد. افزایش عرض مقطع، سبب افزایش عرض و فاصله ترکها می‌شود. در اعضای کم عمق (عمق موثر کمتر از ۳۰۰ میلیمتر)، عرض و فاصله ترکها با افزایش عمق موثر افزایش می‌یابد. در صورت ثابت ماندن نسبت فولاد مقطع، افزایش تعداد میلگردها همراه با کاهش قطر میلگرد منجر به کاهش عرض و فاصله ترکها می‌شود. همچنین نتایج نشان داد که افزایش تنش فولاد کششی در مقطع ترک خورده باعث کاهش فاصله بین ترکها و افزایش عرض ترک می‌شود.

روابط موجود جهت پیش‌بینی عرض و فاصله ترکهای خمشی، عمدتاً حاصل مطالعات تجربی و تحلیلی اعضای تحت اثر لنگر ثابت می‌باشند. علی‌رغم اینکه اعتبارسنجی این روابط در اعضای با لنگر متغیر صورت پذیرفته است، این روابط در این اعضاء با این فرض که دارای صحت کافی هستند مورد استفاده قرار می‌گیرند. توسط پیاسنا و همکاران نشان داده شده است که فاصله بین ترکها در ناحیه‌ای با لنگر متغیر از یک تیر، بطور قابل ملاحظه‌ای با فاصله ترکها در تیر تحت خمش خالص متفاوت است. ترک خمشی در یک تیر با لنگر متغیر در فواصل نسبتاً منظم تشکیل شده، در حالیکه در محدوده‌ای با لنگر خمشی ثابت این ترکها بصورت تصادفی و در فواصل غیرمنظم تشکیل می‌شوند. بدین ترتیب، این محققین اظهار نمودند که فرض کاربرد روابط مذکور در اعضای با لنگر متغیر دارای صحت و اعتبار کافی نمی‌باشد [۱۴].

۱-۳ پیش‌بینی عرض و فاصله ترکهای خمشی

ترک خمشی زمانی رخ می‌دهد که تنش بتن در وجه کششی مقطع به مقدار مدول گسیختگی (یا مقاومت خمشی)^۳ بتن برسد. پس از شکل‌گیری ترک، برگشت ارتجاعی به وجود آمده در سطح قطعه باعث افزایش عرض ترک می‌شود. از سوی دیگر، بدلیل عملکرد پیوستگی در سطح مشترک میلگرد و

¹ Makhlouf and Malhas

² Piyasena

³ Modulus of Rupture (or Flexural Strength)

بتن پیرامونی آن، تنش و کرنش کششی از میلگرد به بتن مابین ترکهای متوالی منتقل شده که باعث می‌شود عرض ترک در مجاورت میلگرد در مقایسه با عرض ترک در سطح بتن کاهش یابد. موقعیت شکل‌گیری این ترکها در اعضای تحت خمش خالص به محلی بستگی دارد که در آن بتن دارای افت موضعی در مقاومت خمشی باشد. این افت به دلیل ماهیت غیرهمگن بتن بوده و در نتیجه ترک خوردگی تا حدی فرایندی تصادفی دارد. بنابراین، موقعیت دقیق ترکها در محدوده‌ای با لنگر ثابت بدرستی قابل پیش‌بینی نیست. اگرچه حداقل و حداکثر فاصله ترکها و در نتیجه حداکثر عرض ترک، ضمن بررسی تنش ایجاد شده در ناحیه کششی عضو، با دقت کافی قابل پیش‌بینی می‌باشد.

بسط و توسعه روابط تخمین عرض و فاصله ترکهای خمشی معمولاً بر اساس تعیین توزیع تنش در بتن ناحیه کششی عضو می‌باشد. محققان مختلف جهت محاسبه تنش در ناحیه کششی بتن روشها و ساده-سازیهای گوناگونی را بکار برده‌اند. برخی از تحقیقات تئوریک بوده و مبنای تحلیلی دارد و برخی دیگر نیز با مطالعات تجربی تلفیق شده‌اند. این در حالی است که دسته‌ای از مطالعات تخمین عرض و فاصله ترکها بطور کامل بر پایه نتایج تجربی استوار می‌باشد. در ادامه، تعدادی از مهمترین مطالعات تحلیلی و تجربی انجام شده جهت پیش‌بینی عرض و فاصله ترکهای خمشی و همچنین روابط استخراج شده از آنها بیان و مرور خواهد شد.

۱-۳-۱ مطالعات تحلیلی

۱-۱-۳-۱ روش کای و کرسٹین

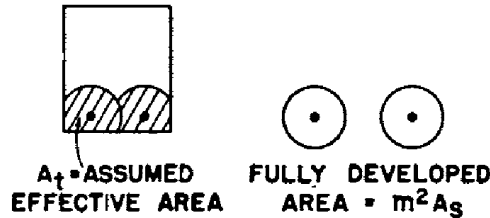
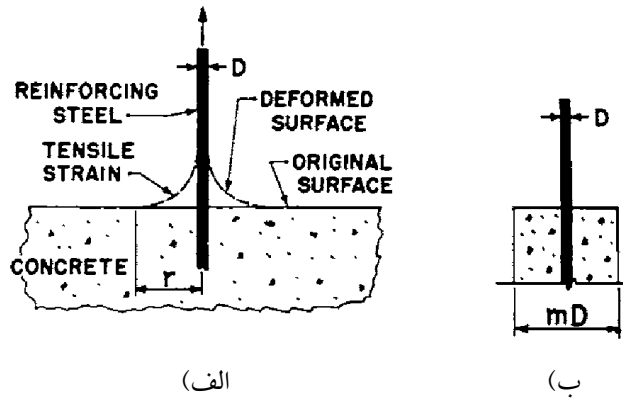
کای و کرسٹین^۱ جهت محاسبه عرض و فاصله ترکهای خمشی یک روش نیمه تحلیلی را پیشنهاد کردند [۹]. ایشان فرض کردند که پس از ترک خوردگی، کرنش بتن در ناحیه کششی بین دو ترک قابل چشم‌پوشی بوده و این کرنشها بدلیل تغییرشکل‌های برشی ناشی از عملکرد پیوستگی می‌باشد.

سطح مقطعی از بتن ناحیه کششی بین دو ترک متوالی، که بعلت عملکرد پیوستگی تحت اثر کشش قرار می‌گیرد، سطح مقطع موثر بتن نامیده می‌شود. در این روش، سطح مقطع موثر بتن برای یک میلگرد فرضی به قطر D در یک محیط بتنی نیمه متناهی بصورت دایره‌ای به قطر mD در نظر گرفته می‌شود. سطح مقطع حاصل از کسر همپوشانیهای سطوح موثر میلگردها با همدیگر و با لبه‌های مقطع، از مجموع کل سطوح موثر میلگردها بصورت سطح مقطع فرضی (A_t) معرفی می‌شود (شکل ۱-۱). ضریب ϕ ، نسبت سطح موثر مفروض به مجموع سطوح موثر میلگردها بوده و طبق رابطه (۱-۱) بیان می‌شود.

$$\phi = \frac{A_t}{m^2 A_s} \quad (1-1)$$

¹ Chi and Kirstein

که در آن، A_t سطح موثر فرضی مقطع، A_s سطح مقطع فولاد کششی و ضریب m معرف قطر سطح مقطع موثر بتن برای یک میلگرد می باشد.



(ج)

شکل ۱-۱ سطح موثر بتن [۹]

در این پژوهش تغییرات تنش پیوستگی بشکل خطی، از صفر در مقطع میانی عضو تا مقدار حداکثر تنش پیوستگی در مقطع ترک خورده در نظر گرفته می شود. در شکل ۱-۲-الف، جزئی از یک تیر مابین دو ترک متوالی که تحت خمش خالص بوده نشان داده شده است. از اثرات تنشهای خمشی در بتن بین دو ترک صرف نظر می شود. از اینرو، در این پژوهش تنش پیوستگی نقش اصلی را در تعیین تنش کششی فولاد و بتن مابین دو ترک متوالی ایفا می کند. با توجه به ترسیمه جسم آزاد رسم شده در شکل ۱-۲-ب، رابطه زیر بین نیروی کششی فولاد در مقطع میانی و در مقطع ترک خورده برقرار می باشد.

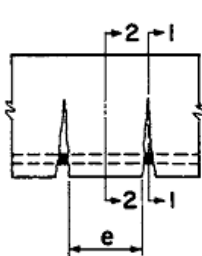
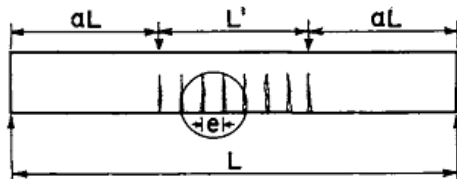
$$T - T' = \frac{u_0 e \sum o}{4} \quad (۲-۱)$$

در رابطه (۲-۱)، T و T' به ترتیب نیروی کششی فولاد در مقطع ترک خورده و در مقطع میانی مابین دو ترک متوالی، u_0 تنش حداکثر پیوستگی، e فاصله دو ترک متوالی و $\sum o$ محیط فولاد کششی می باشد. تنش کششی بتن در مقطع میانی بین دو ترک که ناشی از انتقال تنش پیوستگی از فولاد به بتن مجاور آن می باشد، توسط رابطه (۳-۱) بیان می شود.

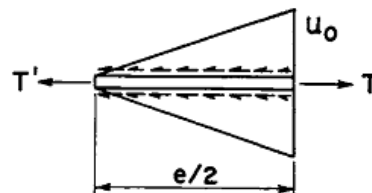
$$A_t f_t' = T - T' \quad (3-1)$$

که در آن، f_t' تنش کششی بتن در مقطع میانی بین دو ترک متوالی می باشد. با ترکیب رابطه (۲-۱) و (۳-۱) خواهیم داشت،

$$e = \frac{4f_t' A_t}{u_o \sum o} \quad (4-1)$$



(الف)



(ب)

شکل ۲-۱ عضو خمشی تحت اثر لنگر خالص در بخش میانی دهانه [۹]

با جایگذاری رابطه (۱-۱) در (۴-۱) می توان نوشت،

$$e = \frac{f_t' m^2 \phi D}{u_o} \quad (5-1)$$

با صرف نظر از کرنش کششی بتن داریم،

$$w_s = \frac{f_s - f_{s0}}{E_s} e \quad (6-1)$$

که در رابطه (۶-۱)، w_s عرض ترک در تراز فولاد، f_s تنش فولاد در مقطع ترک خورده، f_{s0} تنش فولاد در لحظه قبل از وقوع ترک و E_s مدول الاستیسیته فولاد می باشد. با جایگذاری رابطه (۵-۱) در (۶-۱) رابطه عرض ترک بصورت زیر بازنویسی می شود.

$$w_s = \frac{f_t'}{u_o} m^2 \phi D \left(\frac{f_s - f_{s0}}{E_s} \right) \quad (7-1)$$

با فرض $m = 4$ و از طریق مقایسه نتایج روابط تحلیلی با داده‌های تجربی، پارامترهای مجهول در روابط (۵-۱) و (۷-۱) از جمله، f_{s0} و f'_t/u_0 ، محاسبه شده است. در نتیجه شکل نهایی روابط کای و کرسین [۹] به صورت زیر می‌باشد،

$$s_{\min} = 5\phi D \quad (۸-۱)$$

$$w_{ave} = \frac{5\phi D}{E_s} \left(f_s - \frac{438}{\phi D} \right) \quad (۹-۱)$$

که w_{ave} عرض متوسط ترک در تراز فولاد کششی، s_{\min} حداقل فاصله ترکها، ϕ نسبت سطح موثر مفروض به مجموع سطوح موثر میلگردها، D قطر میلگرد، E_s مدول الاستیسیته فولاد و f_s تنش فولاد کششی می‌باشد. در روابط (۸-۱) و (۹-۱) واحد نیرو (N) و واحد طول (mm) می‌باشد.

۱-۳-۲ روش برومز و لوتز

روابط تحلیلی برومز^۱ جهت تعیین عرض و فاصله ترکهای خمشی در اعضای تک آرمه [۱۵]، توسط برومز و لوتز^۲ برای اعضای با تعداد آرماتورهای بیشتر، بصورت روابط (۱۰-۱) و (۱۱-۱) توسعه داده شد [۱۰]. این روابط برای تنش فولاد در محدوده ۱۴۰ تا ۲۵۰ مگاپاسکال قابل کاربرد است.

$$s_{ave} = 2c_e \quad (۱۰-۱)$$

$$w_{t,\max} = 4c_e \varepsilon_{s,ave} \quad (۱۱-۱)$$

که s_{ave} متوسط فاصله ترکها، $w_{t,\max}$ حداکثر عرض ترک در وجه کششی مقطع، $\varepsilon_{s,ave}$ کرنش متوسط فولاد کششی بوده و c_e از رابطه (۱۲-۱) به دست می‌آید.

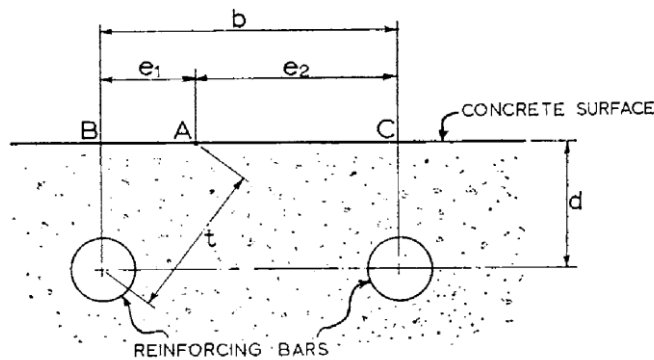
$$c_e = \sqrt{c_c^2 + \left(\frac{e_1 e_2}{e_1 + e_2} \right)^2} \quad ; \quad \text{if } \frac{e_1 + e_2}{c} > 1 \quad (۱۲-۱)$$

$$c_e = c_c \quad ; \quad \text{if } \frac{e_1 + e_2}{c} \leq 1$$

در رابطه (۱۲-۱)، c_c پوشش بتنی تا مرکز میلگرد (فاصله دورترین تار کششی تا مرکز نزدیکترین میلگرد) بوده و e_1 و e_2 به ترتیب فاصله نقطه تعیین عرض و فاصله ترک خمشی از دو میلگرد طولی مجاور (در راستای عمود بر جهت میلگردهای طولی) می‌باشند (شکل ۱-۳).

^۱ Broms

^۲ Broms and Lutz



شکل ۳-۱ موقعیت دو میلگرد [۱۰]

۳-۱-۳-۱ روش اوه و کانگ

اوه و کانگ^۱ بر اساس معیار انرژی تعریف جدیدی از سطح مقطع بتن موثر در کشش ارائه و روابط (۱۳-۱) و (۱۴-۱) را برای محاسبه عرض و فاصله ترکهای خمشی پیشنهاد دادند [۱۱].

$$s_{ave} = d_b \left[25.7 \left(\frac{c_c}{h - kd} \right)^{4.5} + 1.66 \left(\frac{4b(h - kd)^3}{3\pi d_b^2 n_b (d - kd)^2} \right)^{\frac{1}{3}} + \frac{0.236 \times 10^{-6}}{\varepsilon_s^2} \right] \quad (13-1)$$

$$w_{t,max} = d_b \left[159 \left(\frac{c_c}{h - kd} \right)^{4.5} + 2.83 \left(\frac{4b(h - kd)^3}{3\pi d_b^2 n_b (d - kd)^2} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \left(\frac{h - kd}{d - kd} \right) (\varepsilon_s - 0.0002) \quad (14-1)$$

در روابط فوق b و h عرض و ارتفاع مقطع، c_c پوشش بتنی تا مرکز میلگرد، d عمق موثر مقطع، kd فاصله تار خنثی از دورترین تار فشاری بتن، n_b تعداد میلگردهای کششی و ε_s کرنش فولاد کششی می-باشد.

۴-۱-۳-۱ روش فراش

فراش^۲ با صرفنظر از کرنشهای بتن بین دو ترک و با فرض یکنواخت بودن تنش فولاد در این ناحیه، رابطه (۱۵-۱) را جهت محاسبه عرض ترک در تراز آرماتور پیشنهاد کرد [۱۲]. عرض ترک در رابطه (۱۵-۱) بصورت تغییر طول میلگرد فولادی مابین دو ترک متوالی تعیین می گردد (شکل ۴-۱). نادیده

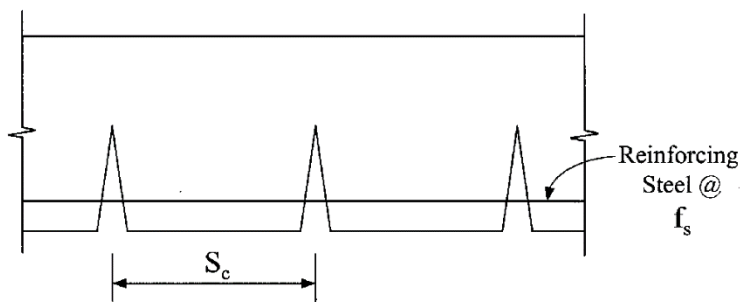
¹ Oh and Kang

² Frosch

گرفتن اثر بتن بین دو ترک متوالی باعث می‌شود که عرض ترک محاسبه شده توسط رابطه (۱۵-۱) تا حدی تخمین اضافی داشته که البته محافظه کارانه می‌باشد.

$$w_c = \varepsilon_s S_c \quad (15-1)$$

که در آن، w_c عرض ترک در تراز فولاد کششی و S_c فاصله ترکها می‌باشد.

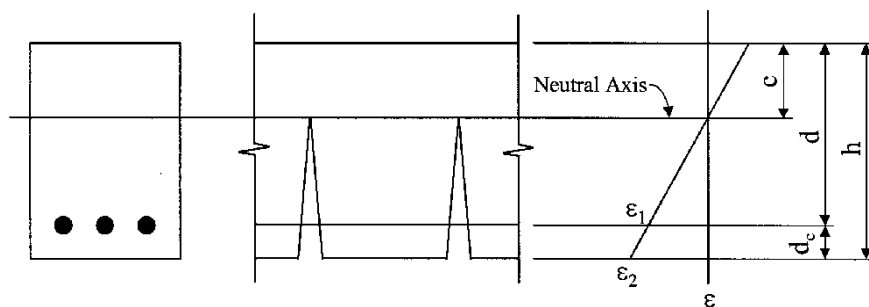


شکل ۴-۱ ترک خمشی در تراز آرماتور [۱۲]

عرض ترک در وجه کششی مقطع با محاسبه شیب کرنش در مقطع عضو و با فرض اینکه مقاطع عرضی در خمش مسطح باقی می‌مانند، محاسبه می‌شود (شکل ۵-۱). بنابراین بمنظور محاسبه عرض ترک در وجه کششی مقطع، عرض ترک در تراز فولاد در ضریب β مطابق رابطه (۱۶-۱) ضرب می‌شود.

$$\beta = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{h - c}{d - c} \quad (16-1)$$

در رابطه (۱۶-۱)، h ارتفاع مقطع، d عمق موثر مقطع و c فاصله تار خنثی از دورترین تار فشاری بتن می‌باشد.



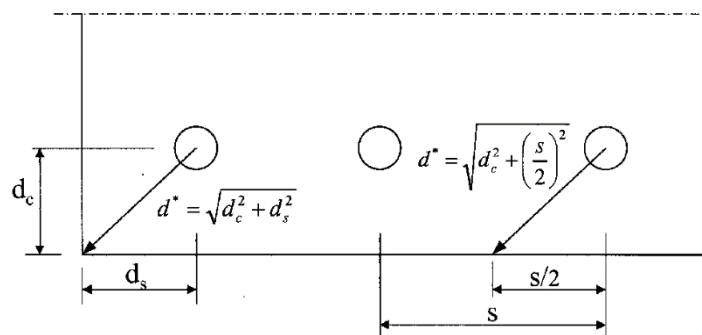
شکل ۵-۱ محاسبه عرض ترک در وجه کششی مقطع از طریق شیب کرنش [۱۲]

در این روش بمنظور محاسبه فاصله ترکها، رابطه تحلیلی برومز [۱۵] جهت تعیین فاصله ترکهای خمشی با اعمال تغییراتی و تعریف پوشش بتنی کنترل کننده بجای پوشش بتنی خالص، مورد استفاده قرار گرفته است. رابطه پیشنهادی فراش [۱۲] جهت محاسبه فاصله ترکهای خمشی بصورت زیر می باشد،

$$S_c = \Psi_s d^* \quad (17-1)$$

$$d^* = \sqrt{d_c^2 + \left[\max\left(\frac{s}{2}, d_s\right) \right]^2} \quad (18-1)$$

در روابط فوق، d_c پوشش بتنی تا مرکز نزدیکترین میلگرد، d_s پوشش جانبی بتن تا مرکز نزدیکترین میلگرد، s فاصله مرکز به مرکز میلگردها و d^* پوشش بتنی کنترل کننده می باشد (شکل ۶-۱). ضریب Ψ_s فاکتور محاسبه فاصله ترکهای خمشی است. بمنظور محاسبه حداقل فاصله ترکها $\Psi_s = 1$ ، در تخمین متوسط فاصله ترکها $\Psi_s = 1.5$ و جهت تعیین فاصله حداکثر ترکها $\Psi_s = 2$ پیشنهاد شده است.



شکل ۶-۱ پوشش بتنی کنترل کننده [۱۲]

از روابط (۱۷-۱) و (۱۸-۱) می توان دریافت که دورترین نقطه واقع در سطح خارجی مقطع از فولاد مسلح کننده، کنترل کننده مقدار فاصله ترکها و در نتیجه عرض ترکها می باشد. از اینرو، دو پارامتر فاصله مرکز به مرکز میلگردها و فاصله از وجه بیرونی مقطع، کنترل کننده عرض و فاصله ترکهای خمشی می باشد. با بکارگیری مقدار مناسب فاکتور محاسبه فاصله ترکها (Ψ_s) حداقل، متوسط و حداکثر عرض ترک قابل محاسبه می باشد. با جایگذاری روابط (۱۷-۱) و (۱۸-۱) در رابطه (۱۵-۱) و با منظور نمودن ضریب شیب کرنش طبق رابطه (۱۶-۱)، عرض ترک خمشی در وجه کششی مقطع بصورت زیر بازنویسی می شود.

$$w_t = \Psi_s \beta \varepsilon_s \sqrt{d_c^2 + \left[\max\left(\frac{s}{2}, d_s\right) \right]^2} \quad (19-1)$$

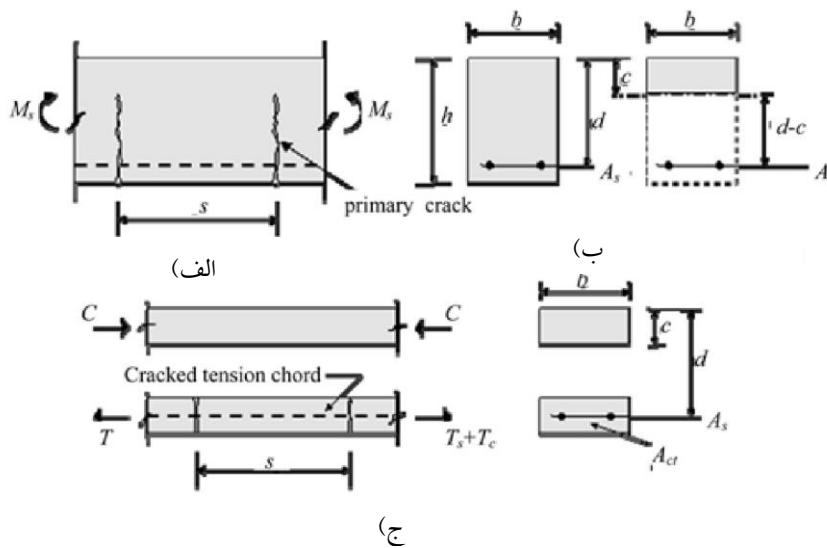
تعریف پارامترهای رابطه (۱۹-۱) مشابه روابط (۱۷-۱) و (۱۸-۱) می باشد.

۵-۱-۳-۱ روش گیلبرت

گیلبرت^۱ [۱۶] یک مدل تحلیلی بر اساس مدل وتر کششی^۲ [۱۷] برای پیش بینی حداکثر عرض و فاصله ترکهای خمشی توسعه داد. در مدل این پژوهشگر، ناحیه کششی عضو تحت خمش خالص بصورت یک وتر کششی و ناحیه فشاری بصورت یک عضو فشاری هم ارتفاع با تار خنثی در مقطع ترک خورده در نظر گرفته شده است (شکل ۷-۱). وتر کششی در مدل پیشنهادی تحت اثر نیروی T قرار گرفته است (شکل ج-۱-۷). در مقطع ترک خورده این نیروی کششی بصورت کامل توسط فولاد مقطع تحمل شده و از رابطه زیر قابل محاسبه است.

$$T = \frac{nM_s(d-c)}{I_{cr}} A_s \quad (۲۰-۱)$$

که در آن I_{cr} ممان اینرسی تبدیل یافته مقطع ترک خورده، c فاصله دورترین تار فشاری مقطع ترک خورده از تار خنثی، d عمق موثر مقطع، A_s سطح مقطع فولاد کششی، M_s لنگر خمشی خالص وارده بر عضو، n نسبت مدولی ($n = E_s/E_c$) و E_s و E_c به ترتیب مدول الاستیسیته فولاد و بتن می‌باشند.



شکل ۷-۱ تیر ترک خورده ایده آل شده [۱۶]

از تعادل ناحیه بین دو ترک متوالی در وتر کششی، تنشهای کششی فولاد و بتن در فاصله x از مقطع میانی بین دو ترک بصورت زیر محاسبه می‌شوند.

^۱ Gilbert

^۲ Tension Chord Model

$$\sigma_{sx} = \frac{T}{A_s} - \frac{4\tau_b}{d_b} \left(\frac{s}{2} - x \right) \quad (21-1)$$

$$\sigma_{cx} = \frac{4\tau_b \rho_{tc}}{d_b} \left(\frac{s}{2} - x \right) \quad (22-1)$$

که در آن τ_b تنش پیوستگی بین فولاد و بتن، d_b قطر میلگرد، s فاصله بین دو ترک متوالی و ρ_{tc} نسبت فولاد وتر کششی (نسبت سطح مقطع فولاد کششی A_s به سطح مقطع وتر کششی A_{ct}) می‌باشد. در این پژوهش از رابطه تجربی زیر جهت محاسبه سطح مقطع وتر کششی استفاده شده است.

$$A_{ct} = 0.5(h-c)b \quad (23-1)$$

که A_{ct} سطح مقطع وتر کششی در مدل تحلیلی است. حداکثر فاصله ترکها برابر طولی از وتر کششی که در آن حداکثر تنش کششی بتن برابر با مقاومت کششی بتن شود، محاسبه می‌گردد.

$$s_{max} = \frac{f_{ct} d_b}{2\tau_b \rho_{tc}} \quad (24-1)$$

که در آن f_{ct} مقاومت کششی بتن و s_{max} حداکثر فاصله ترکها می‌باشد. عرض ترک بصورت اختلاف در تغییر طول الاستیک فولاد و بتن بین دو ترک متوالی تعریف شده و بصورت زیر محاسبه می‌شود.

$$w = \frac{s}{E_s} \left[\frac{T}{A_s} - \frac{\tau_b s}{d_b} (1 + n\rho_{tc}) - \varepsilon_{sh} E_s \right] \quad (25-1)$$

در رابطه (۲۵-۱)، w عرض ترک و ε_{sh} کرنش جمع‌شدگی بتن بوده و سایر پارامترها، در روابط (۲۰-۱) و (۲۲-۱) تعریف شده‌اند.

۲-۳-۱ مطالعات تجربی

۱-۲-۳-۱ روش کار و متوک

انتخاب پارامتر در این روش بر مبنای نتایج مطالعات هاگنستاد^۱ [۲] صورت گرفته است. پژوهش انجام شده توسط هاگنستاد، یک مطالعه تجربی در خصوص شناسایی پارامترهای طراحی جهت کنترل ترک خوردگی می‌باشد. کار و متوک^۲ [۳] پارامتر اصلی در تعیین عرض ترک خمشی را مساحت متوسط بتن

¹ Hognestad

² Kaar and Mattock

پیرامون هر میلگرد کششی معرفی کرده و دیگر پارامتر موثر در ترک خوردگی خمشی را تنش فولاد کششی پیشنهاد کردند. در رابطه تجربی این محققین، توان هر پارامتر و همچنین ضریب این رابطه بکمک رسم مقادیر محاسبه شده عرض ترک در مقابل مقادیر تجربی در یک نمودار لگاریتمی تعیین گردیده است. رابطه پیشنهادی این محققین جهت محاسبه حداکثر عرض ترک بصورت زیر می باشد.

$$w_{\max} = 8.41 \times 10^{-5} f_s \sqrt[4]{A} \quad (26-1)$$

که در آن w_{\max} حداکثر عرض ترک در تراز آرماتور (mm) و A مساحت بتن اطراف هر میلگرد کششی (mm^2) می باشد. A از تقسیم سطح محدود به لبه خارجی کششی، که مرکز آن بر مرکز فولاد کششی منطبق است، بر تعداد میلگردها محاسبه می شود. تعریف A برای تیرهای T شکل تحت اثر لنگر منفی در صورتی معتبر است که حداقل عرض بال فوقانی دو برابر فاصله دورترین تار کششی از مرکز فولادهای کششی باشد.

۱-۳-۲-۲ روش گرگلی و لوتز

گرگلی و لوتز [۵] با تجزیه و تحلیل آماری نتایج آزمایشهای انجام شده توسط کلارک^۱ [۱]، هاگنستاد [۲]، کار و متوک [۳]، کار و هاگنستاد^۲ [۴] و روش و رهم^۳ [۱۸-۲۰] رابطه (۱-۲۷) را برای پیش بینی حداکثر عرض ترک پیشنهاد کردند.

$$w_{t_{\max}} = 11 \times 10^{-6} \beta_h f_s \sqrt[3]{c_c A} \quad (27-1)$$

$$\beta_h = \frac{h - kd}{d - kd} \quad (28-1)$$

پارامترهای موجود در روابط فوق، در روابط (۱-۱۳) و (۱-۲۶) تعریف شده اند.

۱-۳-۲-۳ روش چودوری و لو

چودوری و لو^۴ [۸] پارامترهای مطالعه تجربی خود را بر مبنای نتایج مطالعات ناوی^۵ [۶] در خصوص کنترل ترک خوردگی، انتخاب نمودند. رابطه پیشنهادی ایشان جهت تخمین فاصله متوسط ترکها با منظور نمودن چهار پارامتر قطر میلگرد، نسبت فولاد مقطع، پوشش بتنی خالص روی میلگردها و فاصله مرکز به

¹ Clark

² Kaar and Hognestad

³ Rüsçh و Rehm

⁴ Chowdhury and Loo

⁵ Nawy

مرکز میلگردها استخراج شده است. در این پژوهش، فرم کلی رابطه تخمین فاصله متوسط ترکهای خمشی در تیرهای بتن آرمه و نیمه پیش تنیده مطابق رابطه (۲۹-۱) می‌باشد.

$$s_{ave} = C_1 c + C_2 s_b + C_3 \frac{d_b}{\rho} \quad (29-1)$$

که در آن d_b قطر میلگرد، ρ نسبت فولاد مقطع، c پوشش بتنی خالص روی میلگردها و s_b فاصله مرکز به مرکز میلگردها می‌باشد. ضرایب ثابت C_1 ، C_2 و C_3 در رابطه (۲۹-۱) از طریق تجزیه و تحلیل آماری نتایج حاصل از آزمایش ۴ تیر بتن آرمه و ۴ تیر نیمه پیش تنیده بدست می‌آید. پس از انجام آنالیز رگرسیون و تعیین ضرایب، رابطه پیشنهادی چودوری و لو [۸] جهت پیش‌بینی متوسط فاصله ترکها بصورت زیر می‌باشد.

$$s_{ave} = 0.6(c - s_b) + 0.1 \frac{d_b}{\rho} \quad (30-1)$$

در این روش، با صرف نظر از اثر بتن کششی بین دو ترک و با نادیده گرفتن اثرات خزش و جمع‌شدگی، متوسط عرض ترک برابر با تغییر طول میلگرد فولادی مابین دو ترک بصورت رابطه (۳۱-۱) بیان می‌شود.

$$w_{ave} = \varepsilon_{s,ave} s_{ave} \quad (31-1)$$

که در آن، $\varepsilon_{s,ave}$ کرنش متوسط فولاد کششی بین دو ترک متوالی می‌باشد. با جایگذاری رابطه (۳۰-۱) در (۳۱-۱) رابطه پیشنهادی چودوری و لو [۸] جهت تخمین عرض متوسط ترکهای خمشی در تیرهای بتن آرمه و نیمه پیش تنیده، بصورت رابطه (۳۲-۱) نتیجه می‌شود.

$$w_{ave} = \frac{f_s}{E_s} \left[0.6(c - s_b) + 0.1 \frac{d_b}{\rho} \right] \quad (32-1)$$

که در آن، w_{ave} عرض ترک متوسط، f_s تنش فولاد کششی و E_s مدول الاستیسیته فولاد می‌باشد. بقیه پارامترها، در رابطه (۲۹-۱) تعریف شده‌اند.

۴-۱ روشهای کنترل ترک خمشی در آیین‌نامه‌های ساختمانی

۱-۴-۱ آیین‌نامه ACI 318

ACI 318 تا سال ۱۹۹۵ [۲۱، ۲۲]، کنترل ترک خمشی را با محدود کردن عرض آن و با استفاده غیر مستقیم از رابطه (۲۷-۱) انجام می‌داد؛ بدین صورت که با تعریف کمیت Z بصورت رابطه (۳۳-۱) لازم

می‌دانست که این کمیت برای تیرهای بتنی در معرض محیط داخلی و یا خارجی ساختمان، به ترتیب به مقدار حداکثر $31 \times 10^3 \text{ N/mm}$ و $25 \times 10^3 \text{ N/mm}$ محدود شود. این محدودیت برای دالهای یکطرفه در معرض محیط داخلی و یا خارجی ساختمان، به ترتیب برابر $27 \times 10^3 \text{ N/mm}$ و $23 \times 10^3 \text{ N/mm}$ پیشنهاد می‌شد.

$$z = f_s \sqrt[3]{c_c A} \quad (33-1)$$

تعریف پارامترهای موجود در رابطه (33-1)، مطابق رابطه (27-1) می‌باشد. محدودیت کمیت Z بر اساس عرض ترک خمشی حداکثر 0.41 میلیمتر برای محیط داخلی و 0.33 میلیمتر برای محیط خارجی و نیز $\beta_h = 1.2$ برای تیرها و $\beta_h = 1.35$ برای دالهای یکطرفه تنظیم شده بود. آیین‌نامه اجازه می‌داد که بدون انجام محاسبه، f_s برابر $0.6f_y$ در نظر گرفته شود.

ACI 318 از سال ۱۹۹۹ بجای کنترل عرض ترک مستقیماً بر اساس رابطه (27-1)، و یا بطور غیرمستقیم با کنترل کمیت Z بر اساس رابطه (33-1)، کنترل ترک را با یک رابطه ساده و بر اساس کنترل حداکثر فاصله مرکز به مرکز نزدیکترین فولادهای کششی به وجه مقطع بیان نموده است. اساس تغییر روش این آیین‌نامه در نحوه کنترل ترک خوردگی بر این واقعیت استوار بوده است که تحقیقات جدیدتر نشان می‌دهد که اصولاً عرض ترک نقش چندانی در خوردگی میلگردها ندارد. برای حفظ میلگردها در مقابل خوردگی، باید از بتن با کیفیت بهتر و نیز پوشش بتن بیشتر روی میلگردها استفاده کرد؛ درحالی‌که پوشش بتن بیشتر، به عرض ترک خوردگی بزرگتری منجر می‌شود. در واقع کنترل عرض ترک بر اساس کنترل کمیت Z در رابطه (33-1)، طراح را به استفاده از پوشش کمتر بتن روی میلگرد ترغیب می‌کند؛ درحالی‌که برای به تعویق انداختن خوردگی میلگرد، باید از پوشش بیشتری استفاده کرد. ACI 318 از سال ۲۰۰۵ تاکنون [23-25]، رابطه (34-1) را جهت کنترل ترک خوردگی پیشنهاد می‌کند. این نامساوی از برازش خطی رابطه گرگلی و لوتز [5] (رابطه 27-1) برای عرض ترک محدود به 0.41 میلیمتر استخراج شده است [26].

$$s_b = 380 \left(\frac{280}{f_s} \right) - 2.5c \leq 300 \left(\frac{280}{f_s} \right) \quad (34-1)$$

که در این رابطه، s_b حداکثر فاصله مرکز به مرکز نزدیکترین فولادهای کششی به وجه مقطع و c حداقل فاصله از سطح میلگردها تا وجه کششی می‌باشد. تنش f_s در رابطه (34-1)، تنش محاسباتی در نزدیکترین میلگرد به وجه کششی مقطع و تحت بارهای بهره‌برداری (بدون ضریب) است که می‌توان آن را با تقسیم لنگر بدون ضریب بر حاصل ضرب مساحت فولاد و بازوی لنگر محاسبه کرد. آیین‌نامه اجازه داده است که بجای محاسبه f_s آن را برابر $2/3f_y$ در نظر گرفت.

۱-۴-۲ مبحث نهم مقررات ملی ساختمان

مبحث نهم مقررات ملی ساختمان [۲۷] برای کنترل ترک خوردگی در تیرها و دالهای یکطرفه، با استفاده از رابطه ارائه شده توسط گرگلی و لوتز [۵] (رابطه ۱-۲۷) و با فرض $\beta_h = 1.2$ ، رابطه زیر را برای محاسبه عرض ترک خمشی پیشنهاد می‌کند.

$$w_{t_{\max}} = 13 \times 10^{-6} f_s \sqrt[3]{c_c A} \quad (۳۵-۱)$$

تعریف پارامترهای موجود در رابطه فوق، مطابق رابطه (۱-۲۷) می‌باشد. مبحث نهم مقررات ملی ساختمان [۲۷] قید می‌کند که در شرایط محیطی ملایم، متوسط و شدید مقدار تنش f_s به $2/3f_y$ و در شرایط محیطی خیلی شدید و فوق‌العاده شدید مقدار این تنش به $1/2f_y$ محدود می‌شود. این مبحث از مقررات ملی، عرض ترک خوردگی را در تیرها و دالهای یکطرفه برای شرایط محیطی ملایم یا متوسط به مقدار $۰/۳۵$ میلیمتر محدود می‌کند. این محدودیت برای شرایط محیطی شدید $۰/۲$ میلیمتر و برای شرایط محیطی خیلی شدید و فوق‌العاده شدید و همچنین در مواردی که سازه باید آب بندی شود، $۰/۱$ میلیمتر تعیین شده است.

طبق بررسیهای بعمل آمده توسط فراش [۱۲]، در نتایج تجربی آنالیز شده توسط گرگلی و لوتز [۵] فقط سه نمونه از مجموع ۱۰۶ نمونه، پوشش بتنی بیشتر از ۶۴ میلیمتر دارند. با توجه به اینکه رابطه این محققین مبنای تجربی داشته، جهت محاسبه عرض ترک در اعضایی که دارای پوشش بتنی بیشتر از حدود ۶۰ میلیمتر باشند عملاً غیر قابل اعتماد خواهد بود. از سوی دیگر، نتایج ثبت شده در این مشاهدات تحت شرایط بارگذاری کوتاه مدت بوده است. از اینرو، این رابطه توانایی محاسبه افزایش عرض ترک ناشی از اثرات جمع‌شدگی و خزش طی گذشت زمان را نخواهد داشت [۲۸]. از بحث فوق می‌توان دریافت که جایگزینی رابطه مورد استفاده در مبحث نهم مقررات ملی ساختمان، با رابطه‌ای که محدودیت پوشش بتنی نداشته و همچنین امکان تاثیر بارگذاری بلند مدت را داشته باشد، ارجحیت دارد.

۱-۴-۳ آیین‌نامه Model Code 2010

مطابق MC 2010 [۲۹] برای تمام مراحل ترک خوردگی حداکثر عرض ترک جهت کنترل ترک خوردگی از طریق آن، توسط رابطه (۱-۳۶) محاسبه می‌گردد.

$$w_{\max} = l_{s, \max} (\varepsilon_{s2} - \beta \varepsilon_{sr} - \eta \varepsilon_r) \quad (۳۶-۱)$$

$l_{s, \max}$ طولی است که طی آن تنشهای پیوستگی از فولاد به بتن انتقال داده می‌شود. این پارامتر طبق رابطه (۱-۳۷) محاسبه می‌شود.

ε_{s2} حداکثر کرنش فولاد در مقطع ترک خورده بوده و ε_{sr} کرنش فولاد در مقطع ترک خورده در لحظه بعد از وقوع ترک می‌باشد. ε_{sr} طبق رابطه (۳۸-۱) تعیین می‌شود.

ε_r کرنش جمع‌شدگی بتن بوده، β ضریب ثابت تجربی جهت تعیین کرنش متوسط مابین دو ترک متوالی و η ضریب اعمال اثر جمع‌شدگی می‌باشد.

$$l_{s,max} = \frac{f_{ctm}}{2\tau_{bm}} \cdot \frac{d_b}{\rho_{ef}} \quad (37-1)$$

$$\varepsilon_{sr} = \frac{f_{ctm}}{E_s \rho_{ef}} (1 + n\rho_{ef}) \quad (38-1)$$

$$\rho_{ef} = \frac{A_{c,ef}}{A_s} \quad (39-1)$$

در روابط فوق، $f_{ctm} = 0.4\sqrt{f_c}$ مقاومت کششی متوسط حاصل از آزمایش شکافت، τ_{bm} تنش پیوستگی متوسط مابین فولاد و بتن، n نسبت مدولی (نسبت مدول الاستیسیته فولاد به بتن)، ρ_{ef} نسبت فولاد موثر مقطع، $A_{c,ef}$ سطح مقطع بتن موثر در کشش و A_s سطح مقطع فولاد کششی در تیرها (سطح مقطع یک میلگرد در دالهای یکطرفه) می‌باشد. $A_{c,ef}$ در تیرهای بتن آرمه طبق رابطه (۴۰-۱) و در دالهای یکطرفه توسط رابطه (۴۱-۱) محاسبه می‌شود.

$$A_{c,ef} = 2.5b(h-d) < b\left(\frac{h-kd}{3}\right) \quad (40-1)$$

$$A_{c,ef} = \text{Min} \left[2.5s_b \left(c_c + \frac{d_b}{2} \right), s_b \left(\frac{h-kd}{3} \right) \right] \quad (41-1)$$

ضرایب β ، η و مقدار تنش پیوستگی متوسط (τ_{bm}) طبق جدول ۱-۱ تعیین می‌شوند.

جدول ۱-۱ مقادیر β ، η و τ_{bm} برای میلگردهای آجدار [۲۹]

مراحل ترک خوردگی	شکل‌گیری ترک	تنش ترک خوردگی
بارگذاری کوتاه مدت	$\tau_{bm} = 1.8f_{ctm}$	$\tau_{bm} = 1.8f_{ctm}$
	$\beta = 0.6$	$\beta = 0.6$
	$\eta = 0$	$\eta = 1$
بارگذاری دراز مدت یا دوره‌ای	$\tau_{bm} = 1.35f_{ctm}$	$\tau_{bm} = 1.8f_{ctm}$
	$\beta = 0.6$	$\beta = 0.4$

۴-۴-۱ آیین نامه Eurocode 2-92

آیین نامه EC2-92-1-1-2004 [۳۰] برای کنترل ترک خوردگی از طریق محاسبه عرض ترک خمشی، رابطه (۴۲-۱) را پیشنهاد می کند.

$$w_{\max} = s_{r,\max} \left[\varepsilon_s - k_t \frac{f_{ctm}}{E_s \rho_{ef}} (1 + n \rho_{ef}) \right] \quad (۴۲-۱)$$

$$s_{r,\max} = 3.4c + 0.425k_1 k_2 \frac{d_b}{\rho_{ef}} \quad (۴۳-۱)$$

در روابط (۴۲-۱) و (۴۳-۱)، $s_{r,\max}$ حداکثر فاصله ترکها، k_t ضریب ثابتی است که تابع مدت زمان بارگذاری می باشد. در بارگذاری کوتاه مدت $k_t = 0.6$ و برای بارگذاری بلند مدت $k_t = 0.4$ پیشنهاد شده است. k_1 ضریبی است که مشخصات پیوستگی آرماتورهای کششی را منظور می کند. برای میلگردهای با پیوستگی زیاد $k_1 = 0.8$ و برای میلگردهای ساده و موثر در پیوستگی (مانند کابل‌های پیش-تندگی) $k_1 = 1.6$ می باشد. k_2 ضریبی جهت اعمال نمودن شرایط بارگذاری و نحوه توزیع کرنشها می باشد. در خمش $k_2 = 0.5$ و در کشش خالص $k_2 = 1$ می باشد. مشابه آیین نامه Model Code 2010 [۲۹]، $A_{c,ef}$ در تیرها طبق رابطه (۴۰-۱) و در دال‌های یکطرفه توسط رابطه (۴۱-۱) محاسبه می شود.

فصل دوم

اندرکنش فولاد و بتن

۱-۲ مقدمه

در اعضای بتن آرمه پس از وقوع ترک سه مکانیزم انتقال بار بشرح ذیل در سطوح مشترک فولاد و بتن ایجاد می‌شود:

- قفل و بست سنگدانه‌ای^۱
- اثر زبانه‌ای^۲
- پیوستگی فولاد و بتن^۳

پدیده‌های قفل و بست سنگدانه‌ای و اثر زبانه‌ای در مقطع ترک خورده ایجاد شده و وظیفه انتقال برش مقطع را بعهده دارند اما پیوستگی فولاد و بتن در حد فاصل ترکهای متوالی و در سطح مشترک فولاد و بتن پیرامونی آن ایجاد می‌شود. در ارزیابی ترک خمشی شامل پیش‌بینی عرض و فاصله ترکها، پیوستگی فولاد و بتن نقش اصلی را ایفا کرده و اثرات قفل و بست سنگدانه‌ای و اثر زبانه‌ای ناچیز بوده و قابل چشم‌پوشی می‌باشد. در واقع، پس از ترک خوردگی نیروی پیوستگی ایجاد شده در حد فاصل ترکهای متوالی باعث گسترش ترکها و تشکیل ترکهای ثانویه در عضو می‌شود.

با توجه به اهمیت موضوع، این فصل به بررسی پیوستگی فولاد و بتن تخصیص داده شده است. ابتدا مکانیزم ایجاد تنش پیوستگی در طول میلگردهای آجدار مورد بررسی قرار می‌گیرد. سپس، مطالعات

¹ Aggregate Interlock

² Dowel Action

³ Steel-Concrete Bond

صورت گرفته در خصوص تنش پیوستگی - لغزش و توزیع تنش پیوستگی مرور می شود. سرانجام، توزیع تنش پیوستگی پیشنهادی در این پایان نامه ارائه خواهد شد.

۲-۲ رفتار پیوستگی - لغزش فولاد و بتن

۱-۲-۲ مکانیزم وقوع پیوستگی

در اعضای بتن آرمه فولاد مسلح کننده مقاومت کششی مقاطع عرضی را افزایش می دهد اما رفتار سازه - ای به عملکرد مرکب فولاد و بتن تحت اثر بارگذاری خارجی بستگی دارد. اساس عملکرد مرکب فولاد و بتن و تشکیل یک عضو بتن آرمه، بر پیوستگی بین میلگرد مسلح کننده و بتن استوار است. مطابق مطالعات لوتر و گرگلی^۱ [۳۱]، پیوستگی بین فولاد مسلح کننده و بتن در اثر سه عامل زیر ایجاد می شود:

الف) چسبندگی شیمیایی بین فولاد و بتن؛

ب) اصطکاک بین سطح میلگرد و بتن اطراف آن؛

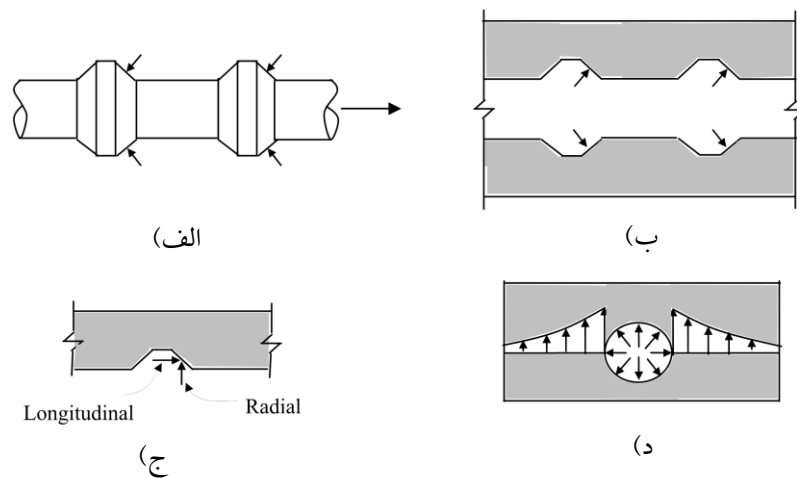
ج) درگیر شدن برآمدگیها و فرورفتگیهای میلگرد آجدار در بتن.

پیوستگی میلگردهای ساده، فقط به دو مورد اول بستگی دارد. این دو مورد معمولاً اثر محدودی داشته و ممکن است سریعاً زایل شوند؛ بخصوص برای فولاد تحت کشش که به دلیل اثر پواسن، مختصراً با کاهش قطر نیز مواجه است. به این دلیل است که معمولاً میلگردهای ساده بعنوان فولاد طولی کاربرد نداشته و در صورت استفاده، از مهار مکانیکی در انتهای میلگرد که ممکن است توسط قلاب و یا حتی مهره و واشر ایجاد شود جهت تامین پیوستگی بهره می برند. در مورد میلگردهای آجدار با وجود اینکه اصطکاک و چسبندگی شیمیایی در پیوستگی بین فولاد و بتن سهیم هستند اما مقاومت پیوستگی عمدتاً ناشی از درگیر شدن برآمدگیها و فرورفتگیهای سطح میلگرد با بتن پیرامون آن می باشد. تحقیقات مختلف نشان داده است که کمیت و کیفیت پیوستگی در میلگردهای آجدار به ویژگیهای سطحی میلگرد از قبیل ناحیه اتکایی، فاصله آجها و زاویه وجوه مایل آجها نسبت به افق بستگی دارد [۳۲-۳۴]. در صورتیکه زاویه وجوه مایل آجها بیشتر باشد نیروی پیوستگی بزرگتری توسط میلگرد فولادی منتقل می شود [۳۵]. همچنین نشان داده شده است که تصویر سطح مایل آج در راستای عمود بر محور طولی میلگرد تاثیر مستقیمی بر مقدار مقاومت پیوستگی دارد [۳۶].

ساز و کار انتقال تنش پیوستگی بین میلگرد آجدار و بتن، در شکل ۱-۲ نشان داده شده است. همانطور که در شکل ۱-۲-الف ملاحظه می شود پیوستگی از طریق نیروهای اتکایی وارد بر آجهای میلگرد انتقال می یابد. این نیروهای اتکایی که در اثر نیروی کششی میلگرد ایجاد می شوند، به دو مولفه عمود بر محور

¹ Lutz and Gergely

طولی میلگرد (مولفه شعاعی) و در امتداد محور طولی میلگرد (مولفه مماسی) تجزیه می‌شود. عکس‌العمل نیروهای شعاعی و مماسی از میلگرد به بتن در شکل ۱-۲-ج نشان داده شده است. می‌توان رفتار بتن اطراف میلگرد را مانند یک لوله تحت فشار داخلی p در نظر گرفت؛ در این حالت فشار شعاعی p در قشر بتن اطراف میلگرد ایجاد کشش داخلی τ می‌کند (شکل ۱-۲-د). اگر چنین تنشهای کششی در بتن پیرامونی از مقاومت کششی بتن فراتر رود، در بتن پوسته ترکهای شکاف خوردگی یا پیوستگی^۱ در امتداد طولی میلگرد (در وجه زیرین یا جانبی عضو بتن آرمه) ایجاد می‌شود [۲۶].



شکل ۱-۲ نحوه انتقال تنش پیوستگی بین میلگرد آجدار و بتن؛ الف) نیروهای وارد بر میلگرد؛ ب) نیروهای وارد از طرف میلگرد به بتن؛ ج) مولفه‌های نیروهای وارد بر بتن؛ د) نیروهای شعاعی وارد بر بتن و تنشهای شکاف خوردگی [۲۶]

در شکل ۲-۲-۲ ترکهای پیوستگی در یک عضو کششی تک محوره و یک عضو خمشی نمایش داده شده است. به نسبت حداقل پوشش بتنی در هر طرف از میلگرد در مقایسه با یکدیگر، ترکهای پیوستگی در پوسته بتنی پیرامون میلگرد ممکن است در زیر عضو بتن آرمه یا وجه جانبی آن پدیدار گردد.

۲-۲-۲ ساز و کار لغزش پیوستگی

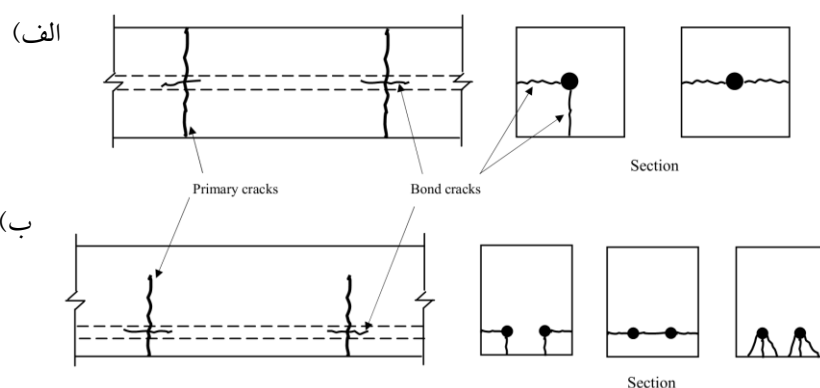
در یک عضو ترک خورده بتن آرمه، افزایش بار سبب افزایش کرنش فولادهای کششی مقطع شده و متعاقب آن میلگردها دچار تغییر شکل محوری می‌شوند. در نتیجه این امر، آجهای میلگرد نسبت به بتن پیرامون آن و به سمت نزدیکترین ترک تغییر مکان می‌دهند. این تغییر مکان نسبی که لغزش پیوستگی نامیده می‌شود، تنشهای اتکایی میلگرد روی بتن پیرامونی را افزایش می‌دهد. لغزش پیوستگی دارای سه مولفه بوده که بشرح زیر می‌باشد:

الف) خرد شدگی بتن^۲

^۱ Splitting or Bond Cracks

^۲ Crushing of Concrete

عکس‌العمل نیروهای محیطی از میلگرد به بتن، در صورتیکه از حدی فراتر رود ممکن است به خرد شدن بخشی از خمیر سیمان متخلخل بیانجامد. مطابق مطالعات تجربی لوتز و گرگلی [۳۱] خرد شدن موضعی خمیر سیمان مولفه اصلی موثر در لغزش بوده، در حالیکه مطالعات جیریانی^۱ و همکارانش [۳۷] نشان داده است که خرد شدگی بتن جزء نسبتاً کوچکی از لغزش پیوستگی را تشکیل می‌دهد. از سوی دیگر، در آزمایشهای انجام شده توسط میرزا و هود^۲ [۳۸] و در پنج نمونه کششی که به جهت مطالعه خرد شدگی موضعی مورد بررسی قرار گرفت، شواهد واضحی مبنی بر وقوع این پدیده و مشارکت آن در لغزش پیوستگی گزارش نشده است.



شکل ۲-۲ نمایش ترکهای پیوستگی؛ الف) عضو کششی تک محوره؛ ب) عضو خمشی

ب) ریزترکهای داخلی^۳

تحقیقات تجربی نشان داده است که بدلیل وارفتگی و افت تنش کششی بتن پیرامون میلگرد آجدار، ریزترکهای داخلی ایجاد شده در این ناحیه از عضو منجر به جابجایی نسبی میلگرد و بتن پیرامون آن می‌شوند. بر اساس این مطالعات، ریزترکهای داخلی مدت زمان کوتاهی پس از شکل‌گیری ترکهای خمشی بوقوع می‌پیوندند. این ریزترکها نخست در اطراف آجهای نزدیک به ترکهای خمشی تشکیل شده، سپس به تدریج با افزایش تنش فولاد در فواصل دورتر از ترک خمشی نیز ایجاد می‌شوند [۳۹, ۴۰]. همانطور که در شکل ۲-۳ نمایش داده شده است، ریزترکهای داخلی مخروطی شکل بوده که پایه این مخروطها در مجاورت آجهای میلگرد قرار داشته و راس آنها متمایل به نزدیکترین ترک اصلی می‌باشد.

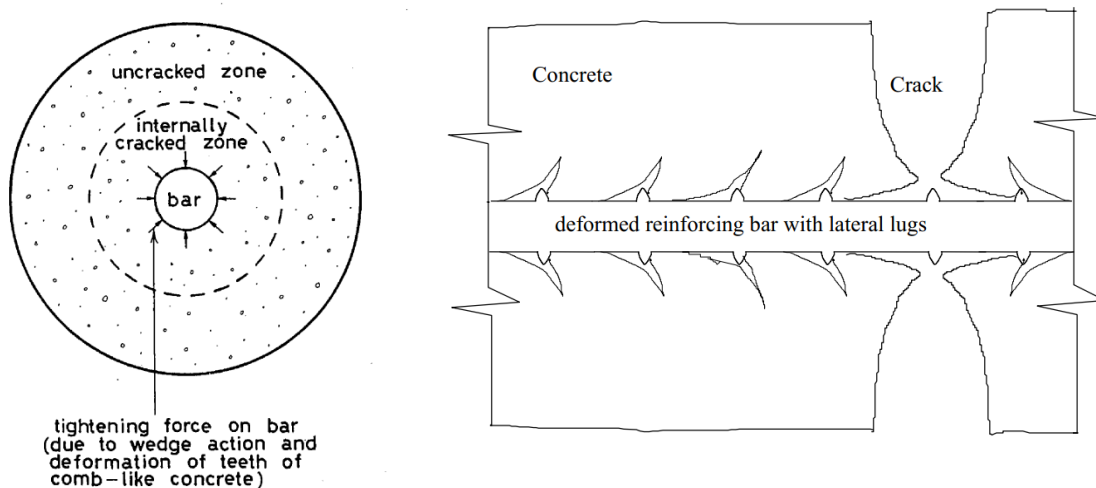
ریزترکهای داخلی علاوه بر تاثیر در ایجاد لغزش پیوستگی، موجب می‌شوند که بتن پیرامون میلگرد بیشتر از ظرفیت انبساط طولی دچار تغییر شکل شود. این مسئله سبب می‌شود که وجوه ترک اصلی مقطع

¹ Giuriani

² Mirza and Houde

³ Internal Microcracks

(ترک کششی و یا خمشی) مسطح نبوده و عرض ترک در تراز آرماتور کوچکتر از عرض ترک در وجه کششی مقطع باشد (شکل ۲-۳).



شکل ۲-۳ نمایش ریزترکهای داخلی در بتن پیرامون میلگرد آجدار [۴۰]

ج) جداشدگی فولاد و بتن^۱ در نواحی مجاور ترک

بر اساس مطالعات لوتز و گرگلی [۳۱] تنشهای شعاعی ایجاد شده در بتن اطراف میلگرد قبل از وقوع ترکهای اصلی مقطع بسیار کوچک و ناچیز می‌باشند. پس از وقوع ترک در عضو بتن آرمه انتقال نیروهای پیوستگی از میلگرد به بتن، تنشهای کششی شعاعی نسبتاً بزرگی را در قسمتی از بتن پیرامون میلگرد که در مجاورت ترک قرار دارد، بوجود می‌آورد. این تنشهای کششی به مراتب از چسبندگی شیمیایی بین فولاد و بتن بزرگتر می‌باشد؛ از اینرو، منجر به جداشدگی میلگرد و بتن اطراف آن در ناحیه مجاور ترک می‌شود. از آنجاییکه فشار محیطی میلگرد به بتن و همچنین تماس بتن با آجهای میلگرد در اثر جداشدگی فولاد و بتن زایل نمی‌شود، در اثر این جداشدگی عدم پیوستگی فولاد و بتن و توقف انتقال نیروهای پیوستگی اتفاق نمی‌افتد. به دلیل انحراف و مایل بودن وجوه آجهای میلگرد، جداشدگی فولاد و بتن در نواحی مجاور ترک منجر به جابجایی طولی بتن پیرامون میلگرد و مشارکت در لغزش پیوستگی می‌شود.

۲-۳ تنش پیوستگی - لغزش

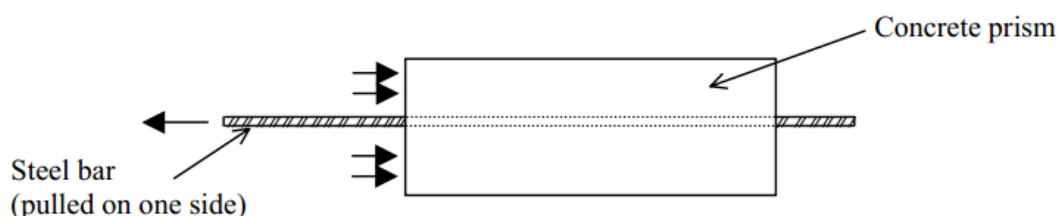
۲-۳-۱ روشهای تجربی ارزیابی تنش پیوستگی و لغزش

^۱ Separation of Steel and Concrete

مقاومت کششی بتن آرمه بلافاصله پس از ترک خوردگی صفر نخواهد شد و این بخاطر مقاومت کششی قطعه بتنی بین دو ترک متوالی در اثر انتقال تنشهای پیوستگی بین فولاد و بتن می‌باشد. وقتی بتن آرمه در اثر تنش‌های کششی ترک می‌خورد تمام بار وارده در مقطع ترک خورده به میلگرد اثر می‌کند. تنش وارده بر میلگرد در طول مهاری، از طریق پیوستگی بین بتن و فولاد به بتن منتقل می‌شود. همزمان با افزایش بار وارده، بین میلگرد و بتن لغزش اتفاق خواهد افتاد. از اینرو، در نظر گرفتن رابطه تنش پیوستگی - لغزش در مطالعات تحلیلی اعضای ترک خورده بتن آرمه و همچنین در آنالیز غیرخطی این المانها، جزو مسایل بسیار مهم و در عین حال پیچیده‌ای است که تحقیق بر روی آن مورد توجه بسیاری از پژوهشگران بوده است. رابطه تنش پیوستگی - لغزش از جهاتی شبیه به روابط تنش - کرنش فولاد یا بتن می‌باشد؛ اما برخلاف این روابط مشخصه و البته با وجود مطالعات تجربی متعدد انجام شده، رابطه منحصر به فرد و واحدی برای تنش پیوستگی - لغزش ارائه نشده است. بمنظور مطالعه تجربی تنش پیوستگی - لغزش روشهای مختلفی توسط پژوهشگران مورد استفاده قرار گرفته است که در ادامه دو نمونه از مهمترین این روشها بیان و تشریح می‌گردد.

الف) آزمایش بیرون کشیدگی^۱

در آزمایش بیرون کشیدگی همانطور که در شکل ۲-۴ دیده می‌شود، پس از قرار دادن یک میلگرد در یک استوانه بتنی، با ایجاد یک تکیه‌گاه فولادی بر سطح بتن، میلگرد توسط یک جک به طرف بیرون کشیده می‌شود. بدین ترتیب بتن تحت فشار قرار گرفته و در آن ترک خوردگی ایجاد نمی‌شود.



شکل ۲-۴ آزمایش بیرون کشیدگی

آزمایش بیرون کشیدگی بسته به طول استوانه بتنی مورد استفاده، به دو دسته آزمایش بیرون کشیدگی کوتاه و بلند طبقه‌بندی می‌شود. در آزمایش بیرون کشیدگی کوتاه از آنجاییکه طول استوانه بتنی تا حد امکان کوتاه انتخاب شده، توزیع تنش پیوستگی بصورت یکنواخت در طول میلگرد فرض می‌شود. در نتیجه، تنش پیوستگی در سطوح مختلف بار، از تقسیم نیروی کششی میلگرد بر سطح جانبی آن قابل محاسبه می‌باشد. لغزش متناظر با این تنش پیوستگی، بصورت اختلاف تغییر طول بتن و میلگرد فولادی در انتهای استوانه بتنی اندازه‌گیری و ثبت می‌گردد. این نتایج ثبت شده در سطوح مختلف بار، توسط محققین جهت

^۱ Pull-Out Test

بسط و توسعه روابط تنش پیوستگی - لغزش مورد استفاده قرار می‌گیرد. از سوی دیگر، در آزمایش بیرون کشیدگی بلند فرض یکنواختی تنش پیوستگی معتبر نبوده و این تنش بطور قابل ملاحظه‌ای در طول گیرایی میلگرد تغییر می‌کند. در این حالت برای تعیین تنش پیوستگی با الصاق کرنش سنجهایی در طول میلگرد و در نقاط مختلف، کرنش فولاد را اندازه‌گیری می‌کنند. نیروی پیوستگی وارد بر میلگرد واقع بین دو نقطه اندازه‌گیری کرنش، بصورت اختلاف نیروهای کششی دو مقطع تعیین می‌گردد. سپس تنش پیوستگی از تقسیم نیروی پیوستگی بر سطح جانبی میلگرد واقع بین دو مقطع برآورد می‌شود. پژوهشگران مختلف جهت تعیین لغزش متناظر با این تنش پیوستگی روشهای متفاوتی را بکار برده‌اند. کنکام^۱ [۴۱] با صرف نظر از کرنش بتن و فقط از طریق اندازه‌گیری کرنش فولاد لغزش را تعیین کرده است. در حالیکه، نیلسون^۲ [۴۲] علاوه بر جایگذاری کرنش سنجهایی در نقاط مختلف میلگرد، در فاصله ۱۳ میلیمتری از سطح میلگرد با قرار دادن کرنش سنجهای داخلی در بتن پیرامونی می‌گردد، کرنش بتن را در طول استوانه بتنی و در نقاط مختلف آن اندازه‌گیری نمود. این پژوهشگر با تعیین توزیع کرنش فولاد و بتن، لغزش موضعی (δ) را مطابق رابطه (۱-۲) از اختلاف در انتگرال‌های عددی توابع کرنش فولاد و بتن محاسبه کرده است.

$$\delta = \int_a^b \varepsilon_s dx - \int_a^b \varepsilon_c dx \quad (1-2)$$

که در آن، ε_s کرنش فولاد و ε_c کرنش بتن می‌باشد. نقطه b ، نقطه‌ای است که در آن لغزش پیوستگی تعیین می‌گردد و نقطه a متناظر با نقطه لغزش صفر می‌باشد. شایان ذکر است که نیلسون [۴۲] تنش پیوستگی (τ_b) را از طریق محاسبه شیب منحنی کرنش فولاد و بصورت رابطه (۲-۲) برآورد کرده است.

$$\tau_b = \frac{A_s E_s}{\sum o} \frac{d\varepsilon_s}{dx} \quad (2-2)$$

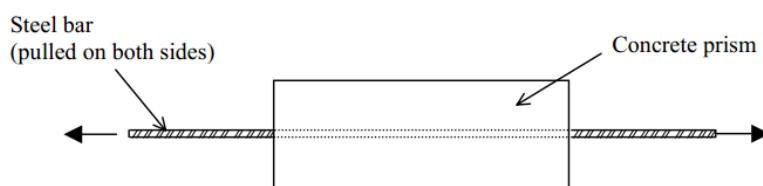
در رابطه (۲-۲) A_s سطح مقطع فولاد، E_s مدول الاستیسته فولاد و $\sum o$ محیط فولاد مقطع می‌باشد. آزمایش بیرون کشیدگی اصولاً قادر به شبیه سازی رفتار پیوستگی فولاد و بتن در تیرها نمی‌باشد، زیرا در این آزمایش بتن تحت فشار و فولاد تحت کشش قرار می‌گیرد؛ در حالیکه در تیرها هم بتن و هم فولاد تحت کشش قرار می‌گیرند. از طرفی در این آزمایش عکس العمل فشاری بتن در مقابل تکیه‌گاه فولادی به دلیل تفاوت در ضریب پواسون بتن و فولاد، ایجاد تنشهای اصطکاکی می‌کند که این تنشها در تیرها وجود ندارد. البته لازم به ذکر است که اگرچه این آزمایش نماینده رفتار پیوستگی فولاد و بتن در تیرها نیست، اما می‌تواند مقایسه خوبی از پیوستگی فولاد و بتن در حالتی که از محصورشدگیهای مختلف، فولادهای با سطوح ظاهری مختلف و یا انواع مختلفی از بتن مورد استفاده قرار گرفته است، فراهم کند.

¹ Kankam

² Nilson

ب) آزمایش کششی تک محوره^۱

در این آزمایش یک میلگرد در گیر شده در یک استوانه بتنی از دو طرف تحت نیروی کششی قرار می‌گیرد (شکل ۲-۵). با ازدیاد نیرو، ترکهای کششی در بتن ایجاد می‌شود و با رسیدن ترک به سطح میلگرد، تنش پیوستگی در امتداد ترک صفر شده و در بین دو ترک متوالی از میلگرد به بتن توسعه می‌یابد. کرنش سنجهایی در طول میلگرد و در نقاط مختلف آن قرار داده می‌شود. بکمک این کرنش سنجها در سطوح مختلف بار، کرنش در فولاد کششی اندازه گیری می‌شود؛ سپس تنش پیوستگی و لغزش متناظر آن در نقاط طولی میلگرد مشابه آزمایش بیرون کشیدگی بلند تعیین می‌گردند. نتایج حاصل از آزمایش کششی تک محوره علاوه بر کاربرد در توسعه روابط تنش پیوستگی- لغزش، در بررسی توزیع تنش پیوستگی در فاصله بین دو ترک متوالی نیز مورد استفاده قرار می‌گیرد. لازم به ذکر است که این آزمایش شباهت بیشتری به رفتار میلگرد در یک تیر بتن آرمه داشته و با دقت خوبی قادر به مدلسازی رفتار پیوستگی فولاد و بتن در تیرها می‌باشد.



شکل ۲-۵ آزمایش کششی تک محوره

۲-۳-۲ روابط تنش پیوستگی- لغزش

در این بخش تعدادی از مهمترین مطالعات تجربی انجام شده در خصوص تنش پیوستگی- لغزش و همچنین روابط استخراج شده از این مطالعات بیان و مرور خواهد شد. روابط تنش پیوستگی- لغزش را می‌توان بسته به اندازه لغزشی که در عضو بتن آرمه امکان وقوع دارد، به دو دسته روابط شامل مقادیر کوچک لغزش (کمتر از ۰/۱ میلیمتر) و روابط دربرگیرنده مقادیر بزرگ لغزش (حدود ۱۰ میلیمتر) طبقه بندی نمود. تحت اثر بارهای بهره‌برداری و در نواحی مجاور ترکهای خمشی، مقادیر لغزش در محدوده لغزشهای کوچک قرار می‌گیرد و مقادیر بزرگ لغزش غالباً در نواحی مهاری^۲ و همچنین در مجاورت میلگردها در طول وصله پوششی امکان وقوع دارند. از آنجاییکه این پایان‌نامه به بررسی و مطالعه ترکهای خمشی اختصاص دارد؛ در ادامه بحث، روابط تنش پیوستگی- لغزش شامل مقادیر کوچک لغزش با تفصیل بیشتر مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد.

الف) روابط تنش پیوستگی- لغزش شامل مقادیر لغزش کوچک

¹ Uniaxial Tensile Test

² Anchorage Zones

میرزا و هود با انجام آزمایش کششی تک محوره بر روی نمونه‌های منشوری بتن آرمه، رفتار اندرکنش فولاد و بتن را مورد بررسی قرار دادند [۳۸]. نتایج نشان داد که ضخامت پوشش بتنی، مقاومت بتن و تنش فولاد مهمترین پارامترهای موثر در لغزش پیوستگی می‌باشند. این پژوهشگران بر اساس نتایج حاصل از ۱۴ نمونه آزمایش کششی تک محوره و ۶ نمونه آزمایش بیرون کشیدگی بر روی تیر، رابطه چند جمله‌ای (۳-۲) را بعنوان رابطه تنش پیوستگی - لغزش پیشنهاد نمودند. این رابطه مشخصه را می‌توان در تحلیل غیر خطی سازه‌های بتن آرمه به روش اجزاء محدود^۱ نیز بکار برد.

$$\frac{\tau_b}{\sqrt{f'_c}} = 90.1\delta - 42.8 \times 10^2 \delta^2 + 99.6 \times 10^3 \delta^3 - 93.1 \times 10^4 \delta^4 \quad (3-2)$$

که در آن، τ_b تنش پیوستگی موضعی بین فولاد و بتن (N/mm^2) و δ لغزش پیوستگی متناظر با آن (mm) می‌باشد.

جیریانی و همکاران عملکرد لغزش - پیوستگی میلگردهای آجدار را پس از شکاف خوردگی بتن پیرامونی مورد مطالعه قرار دادند [۳۷]. ایشان همچنین اثرات محصور شدگی ناشی از وجود فولاد عرضی در مقطع را بررسی نمودند. این محققین با استفاده از نتایج آزمایشهای (بیرون کشیدگی کوتاه) انجام شده توسط الیگهاوسن^۲ و همکاران [۴۳] رابطه تنش پیوستگی - لغزش زیر را پیشنهاد کردند.

$$\begin{aligned} \frac{\tau_b}{\sqrt{f'_c}} &= 150\delta & \text{for } 0 \leq \delta < 0.004 \\ \frac{\tau_b}{\sqrt{f'_c}} &= 0.47 + 33\delta & \text{for } 0.004 \leq \delta \leq 0.01 \\ \frac{\tau_b}{\sqrt{f'_c}} &= 0.71 + 9\delta & \text{for } 0.01 \leq \delta \end{aligned} \quad (4-2)$$

کنکام از طریق انجام آزمایش بیرون کشیدگی دو طرفه^۳ رفتار پیوستگی و توزیع تنش را در فاصله بین دو ترک متوالی مورد بررسی قرار دادند [۴۱]. در آزمایش بیرون کشیدگی دو طرفه مشابه آزمایش کششی تک محوره، یک میلگرد درگیر شده در یک استوانه بتنی از دو طرف تحت نیروی کششی قرار می‌گیرد؛ با این تفاوت که در آن بمنظور تعیین نمودن نقطه لغزش صفر در مقطع میانی، از یک میلگرد عرضی جهت مهار نمودن میلگرد اصلی استفاده می‌شود. روابط تنش پیوستگی - لغزش پیشنهادی توسط این پژوهشگر برای میلگردهای آجدار سرد اصلاح شده و گرم نورد شده به ترتیب مطابق رابطه (۲-۵) و (۲-۶) می‌باشد.

$$\tau_b = (55 - 0.5x)\delta^{0.5} \quad (5-2)$$

¹ Finite Element Method

² Eligehausen

³ Double Pull-Out Test

$$\tau_b = (35 - 0.3x)\delta^{0.5} \quad (6-2)$$

در روابط فوق x فاصله نقطه تعیین تنش پیوستگی از مقطع میانی بین دو ترک متوالی می‌باشد. فرم کلی دو رابطه پیشنهادی کنکام [۴۱] برای میلگردهای آجدار بصورت زیر می‌باشد.

$$\tau_b = (k_0 - k_1x)\delta^{0.5} \quad (7-2)$$

ضرایب k_0 و k_1 به پارامترهای مختلفی از قبیل مقاومت بتن، قطر میلگرد، الگوی سطحی میلگرد و نوع بارگذاری بستگی دارند.

(ب) روابط تنش پیوستگی - لغزش شامل مقادیر بزرگ لغزش

یکی از مهمترین روابط موجود در این دسته از روابط تنش پیوستگی - لغزش، رابطه ارائه شده توسط الیگهاوسن و همکاران [۴۳] می‌باشد. این پژوهشگران بر اساس نتایج حاصل از آزمایش بیرون کشیدگی کوتاه، رابطه (۸-۲) را بعنوان رابطه تنش پیوستگی - لغزش توسعه دادند. بمنظور فراهم ساختن امکان وقوع مقادیر بزرگ لغزش قبل از گسیختگی پیوستگی، در نمونه‌های آزمایش از فولاد عرضی (خاموت) جهت ایجاد محصور شدگی استفاده شده است. این نمونه‌های مورد آزمایش، شرایط موجود در مجاورت میلگردها در طول وصله پوششی و همچنین نواحی مهاری را با دقت قابل قبولی شبیه‌سازی می‌کنند.

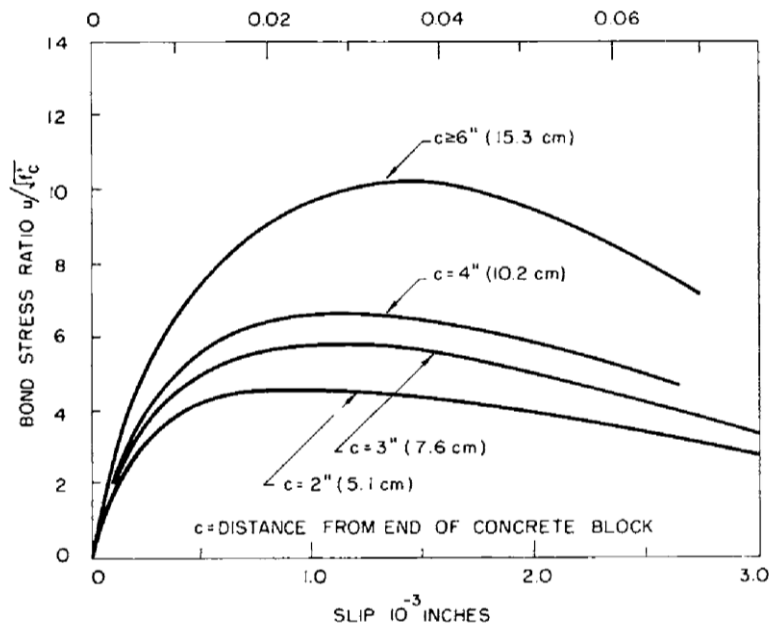
$$\begin{aligned} \tau_b &= \tau_{\max} (\delta / \delta_1) & \text{for } 0 \leq \delta \leq \delta_1 \\ \tau_b &= \tau_{\max} & \text{for } \delta_1 \leq \delta \leq \delta_2 \\ \tau_b &= \tau_{\max} - (\tau_{\max} - \tau_f)(\delta - \delta_2) / (\delta_3 - \delta_2) & \text{for } \delta_2 \leq \delta < \delta_3 \\ \tau_b &= \tau_f & \text{for } \delta_3 \leq \delta \end{aligned} \quad (8-2)$$

مقادیر δ_1 ، τ_f ، τ_{\max} ، δ_2 و δ_3 به پارامترهای مختلفی از قبیل مقاومت بتن، میزان محصور شدگی، قطر میلگرد، فاصله بین میلگردها، پوشش بتنی و فاصله بین آجهای میلگرد بستگی دارند. با انتخاب مناسب مقادیر متغیرهای رابطه (۸-۲)، این رابطه در بسیاری از مطالعات تحلیلی موجود، جهت محاسبه تنش بتن و فولاد در نواحی مهاری بکار رفته است [۴۴-۵۰].

۳-۳-۲ تاثیر فاصله از ترک بر رابطه تنش پیوستگی - لغزش

تحقیقات مختلف نشان داده است که بسته به فاصله از مقطع ترک خورده، روابط تنش پیوستگی - لغزش متمایزی در نقاط مختلف حد فاصل ترکهای متوالی وجود دارد [۴۱، ۴۲، ۵۱]. منحنیهای متفاوت تنش پیوستگی - لغزش پیشنهادی توسط نیلسون [۴۲] بر حسب نقاط مختلف نمونه تحت آزمایش کششی، در شکل ۶-۲ نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که به ازای لغزش پیوستگی یکسان، در نقاط نزدیکتر به

مقطع ترک خورده (دو انتهای نمونه آزمایش) تنش پیوستگی کوچکتر از نقاط نزدیک به مقطع میانی می‌باشد. این کاهش تنش پیوستگی در نواحی مجاور ترک، می‌تواند ناشی از کاهش فشار محیطی وارد بر میلگرد در اثر جداشدگی فولاد و بتن در نواحی مذکور باشد.



شکل ۲-۶ منحنیهای تنش پیوستگی - لغزش برای نقاط مختلف در طول میلگرد [۴۲]

بر اساس نتایج مطالعات مختلف، مقدار تنش پیوستگی در یک نقطه از حد فاصل ترکهای متوالی و به ازای یک لغزش مشخص، بطور تقریبی تابعی خطی از فاصله نقطه تا نزدیکترین ترک می‌باشد [۴۱, ۴۲]. از سوی دیگر، بر طبق مشاهدات نیلسون [۴۲] حداکثر تا فاصله ۱۵۳ میلیمتری از نزدیکترین ترک، به ازای لغزش معین تنش پیوستگی تغییرات تقریباً خطی دارد و از این فاصله به بعد تنش پیوستگی فقط تابعی از لغزش خواهد بود. در آزمایشهای نیلسون [۴۲]، فاصله حدی تغییرات رابطه تنش پیوستگی - لغزش ۱۵۳ میلیمتر به ازای قطر میلگرد ۲۵/۴ میلیمتری گزارش شده است. از اینرو، منطقی به نظر می‌رسد در صورتیکه از میلگردهای با قطر متفاوت استفاده شود، این فاصله حدی متناسب با قطر میلگرد تغییر کند؛ بنابراین، فاصله حدی ۱۵۳ میلیمتر بصورت $6d_b$ در نظر گرفته می‌شود. از طرف دیگر، در مطالعات انجام شده توسط کنکام [۴۱]، فاصله حدی تغییرات رابطه تنش پیوستگی - لغزش $3d_b$ معرفی شده است. در این پایان‌نامه این فاصله حدی، میانگین دو مقدار ذکر شده فوق یعنی $4d_b$ در نظر گرفته می‌شود. در نتیجه، در این پایان‌نامه برای نقاطی که فاصله آنها از نزدیکترین ترک کمتر از $4d_b$ باشد، تنش پیوستگی حاصل از نتایج تجربی، متناسب با فاصله از نزدیکترین ترک بیان می‌گردد. از اینرو، با فرض تغییرات خطی تنش پیوستگی به ازای فاصله از نزدیکترین ترک، می‌توان تنش پیوستگی را برای نقاط نزدیکتر از $4d_b$ به مقطع ترک خورده بصورت رابطه (۲-۹) بیان کرد.

$$\tau_b = \tau_b^* \frac{c}{4d_b} \quad (9-2)$$

که در آن، c فاصله از نزدیکترین ترک و d_b قطر میلگرد می‌باشد. متغیر τ_b تنش پیوستگی حاصل از نتایج آزمایش بوده و τ_b^* مقدار تنش پیوستگی مستقل از فاصله نقطه تا ترک مجاور می‌باشد. با توجه به بحث فوق، برای نقاطی که فاصله آنها از نزدیکترین ترک بیشتر از $4d_b$ باشد، مقدار تنش پیوستگی در هر نقطه مستقل از فاصله تا نزدیکترین ترک می‌باشد. بعبارت دیگر،

$$\tau_b = \tau_b^* \quad (10-2)$$

۲-۴ توزیع تنش پیوستگی

بدلیل وجود تقارن در یک نمونه آزمایش کششی تک محوره، قبل از تشکیل ترک تنش پیوستگی و لغزش در مقطع میانی نمونه صفر می‌باشد. اگرچه لغزش در نقاط انتهایی نمونه حداکثر مقدار خود را دارد، اما در این نقاط بدلیل پدیده جداشدگی فولاد و بتن، تنش پیوستگی به صفر تمایل دارد. در حد فاصل ترکهای متوالی در یک عضو خمشی یا کششی، شرایط مشابهی حاکم است. در این اعضاء در مقطع ترک خورده و در مقطع میانی بین دو ترک متوالی تنش پیوستگی صفر می‌باشد.

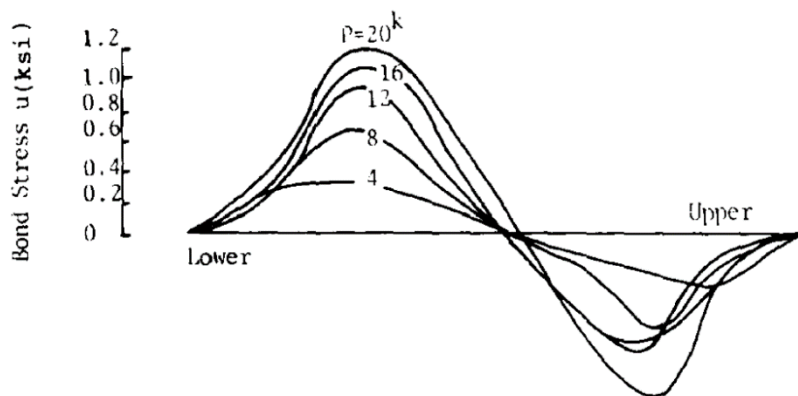
تغییرات تنش پیوستگی بین نقاط بدون پیوستگی (مقطع میانی و ترک خورده)، بکمک نتایج تجربی توسط محققان مختلف مورد بحث و بررسی قرار گرفته است که در ادامه به دو نمونه از این تحقیقات اشاره می‌شود.

۲-۴-۱ مطالعات تجربی

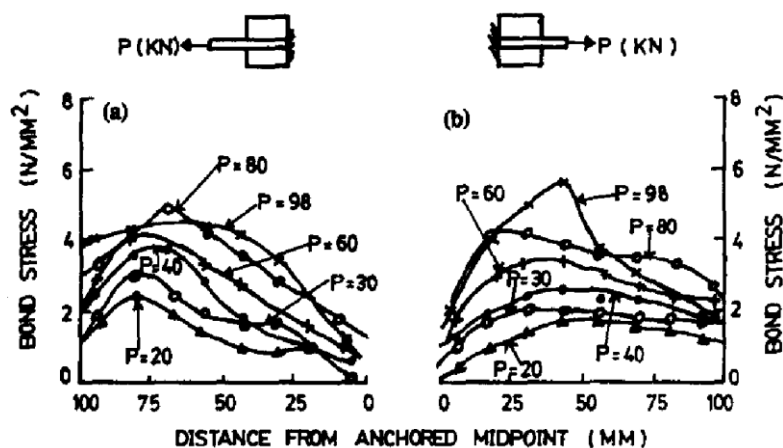
جیانگ^۱ و همکاران بر اساس نتایج حاصل از آزمایش کششی تک محوره، توزیع تنش پیوستگی را در حد فاصل ترکهای متوالی مورد مطالعه قرار دادند [۵۱]. توزیع تنش پیوستگی حاصل از این پژوهش برای سطوح مختلف بار مطابق شکل ۲-۷ می‌باشد.

آزمایشهای مشابهی نیز توسط کنکام جهت بررسی توزیع تنش پیوستگی انجام شده است [۴۱]. در این آزمایشها علاوه بر رفتار میلگردهای آجدار، توزیع تنش پیوستگی برای میلگردهای ساده نیز مورد بررسی قرار گرفته است. توزیع تنش پیوستگی حاصل از این آزمایشها برای میلگردهای آجدار و در سطوح مختلف بار در شکل ۲-۸ نشان داده شده است. از آنجاییکه در عمل میلگردهای ساده بعنوان فولاد طولی کاربردی نداشته، از ارائه نتایج مربوط به این میلگردها صرف نظر شده است.

^۱ Jiang



شکل ۷-۲ توزیع تنش پیوستگی حاصل از آزمایشهای جیانگ و همکارانش [۵۱]



شکل ۸-۲ توزیع تنش پیوستگی حاصل از آزمایشهای کنکام [۴۱]

از بررسی شکل‌های ۷-۲ و ۸-۲ ملاحظه می‌شود که در مقطع میانی نمونه مطابق انتظار و بدلیل وجود تقارن تنش پیوستگی صفر می‌باشد. مطابق شکل ۷-۲ در نقاط انتهایی نمونه تنش پیوستگی صفر می‌باشد؛ در حالیکه در شکل ۸-۲ در این نقاط انتظار تنش پیوستگی مقادیر غیر صفر دارد. در تمامی موارد حداکثر مقدار تنش پیوستگی در حد فاصل مقطع میانی و دو انتهای نمونه اتفاق افتاده است. علاوه بر آن، مطابق شکل ۷-۲ حداکثر تنش پیوستگی تقریباً در وسط هر نیمه از نمونه مورد آزمایش رخ می‌دهد.

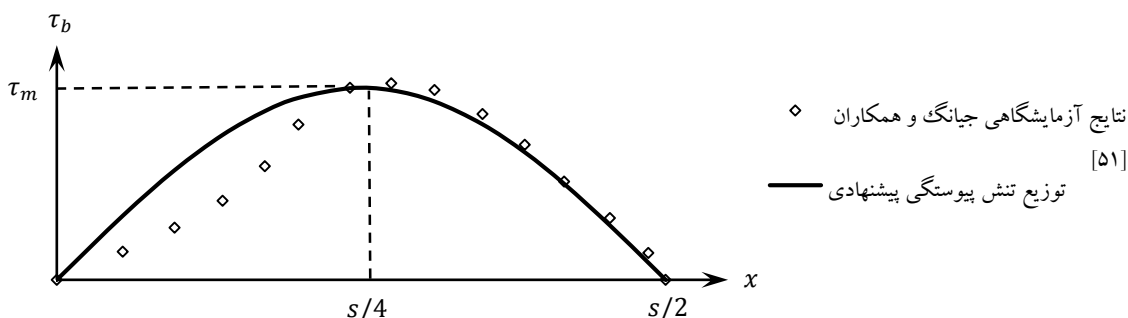
۲-۴-۲ توزیع تنش پیوستگی پیشنهادی

در شکل‌های ۷-۲ و ۸-۲ اگرچه تنش پیوستگی در نقاط انتهایی مقادیر مشابهی ندارند؛ اما بدلیل وجود پدیده جداشدگی فولاد و بتن در این نقاط، منطقی به نظر می‌رسد که مطابق شکل ۷-۲ در این نقاط تنش پیوستگی صفر منظور شود. همچنین در این پایان‌نامه، فرض می‌شود که حداکثر تنش پیوستگی در وسط نقاط بدون پیوستگی (مقطع میانی و ترک خورده) رخ می‌دهد. بمنظور ارائه توزیع تنش پیوستگی پیشنهادی

از نتایج تجربی جیانگ و همکاران [۵۱] استفاده می‌شود. به این دلیل نتایج تجربی بیشتری مورد استفاده قرار نگرفت که نتایج آزمایش کششی تک محوره، تابع طول نمونه و قطر میلگرد بوده و از اینرو نتایج پژوهش‌های مختلف قابل رسم و مقایسه در یک نمودار نیستند.

از آنجاییکه در بحث تعیین عرض ترک، مقدار حداکثر عرض ترک مورد نظر است؛ از آخرین منحنی نتایج مذکور که حداکثر مقدار تنش پیوستگی منتقل شده از فولاد به بتن را نشان می‌دهد، استفاده می‌شود. جهت توزیع تنش پیوستگی از تابع سینوسی استفاده شده است. دلیل استفاده از این تابع، سادگی محاسبات و امکان رسیدن به جواب صریح در انتگرال‌های مطرح شده در فصل سوم می‌باشد. در صورت برآزش منحنی و منظور نمودن خطای مربعات در آن، تابع بدست آمده برای توزیع تنش پیوستگی دارای پیچیدگی‌هایی بوده و انتگرال‌گیری‌های مذکور فقط بصورت عددی قابل انجام می‌باشند. بنابراین در این توزیع پیشنهادی از انطباق و برآزش منحنی استفاده نشده است و فقط نقطه پیک توزیع تنش پیوستگی بر نقطه حداکثر در منحنی تجربی منطبق می‌شود.

توزیع تنش پیشنهادی در مقابل نتایج تجربی جیانگ و همکاران [۵۱] در شکل ۹-۲ رسم شده است.



شکل ۹-۲ توزیع تنش پیوستگی پیشنهادی در پایان‌نامه حاضر

رابطه معرف این توزیع تنش پیوستگی بصورت زیر می‌باشد.

$$\tau_b = \tau_m \sin\left(\frac{2\pi}{s} x\right) \quad (11-2)$$

که در آن τ_m حداکثر مقدار تنش پیوستگی در لحظه وقوع ترک جدید بین دو ترک متوالی بوده و s فاصله ترک‌های متوالی می‌باشد.

در شکل ۷-۲ مشاهده می‌شود که حداکثر تنش پیوستگی در آخرین منحنی $\tau_m = 8.27 \text{ N/mm}^2$ بوده و این تنش حدوداً در فاصله $s/4$ از دو انتهای نمونه رخ داده است. در حالت الگوی ترک تثبیت شده (که در فصل بعد توضیح داده می‌شود) فاصله ترک‌ها کوچک بوده و در عمل یک چهارم فاصله ترک‌ها (نقطه پیک توزیع تنش پیوستگی پیشنهادی) از $4d_b$ به مراتب کمتر می‌باشد، از اینرو فرض می‌کنیم رابطه

(۹-۲) بر مسئله ترک خوردگی حاکم باشد. با توجه به توضیحات فوق، τ_m را می‌توان بر اساس رابطه (۹-۲) به صورت زیر در نظر گرفت.

$$\tau_m = \tau_o \frac{s}{16d_b} \quad (۱۲-۲)$$

τ_o مقدار حداکثر تنش پیوستگی مستقل از فاصله نقطه تا ترک مجاور می‌باشد. در نمونه‌های مورد آزمایش توسط جیانگ و همکاران [۵۱] طول نمونه ۱۲۷ میلی‌متر، قطر میلگرد ۱۹ میلی‌متر و مقاومت فشاری بتن ۴۲/۵ مگاپاسکال می‌باشد. بنابراین، جهت محاسبه τ_o داریم،

$$\tau_o \frac{s}{16d_b} = 8.27 \Rightarrow \tau_o = 8.27 * \frac{16 * 19}{127} = 19.8 \frac{N}{mm^2} \quad (۱۳-۲)$$

بیشتر محققان بر این موضوع توافق دارند که تنش پیوستگی به ریشه دوم مقاومت فشاری بتن وابستگی مستقیم دارد [۳۷, ۳۸, ۴۲, ۴۳]. از اینرو می‌توان نوشت،

$$\tau_o = 19.8 * \frac{\sqrt{f'_c}}{\sqrt{42.5}} = 3\sqrt{f'_c} \quad (۱۴-۲)$$

بنابراین، بصورت خلاصه توزیع تنش پیوستگی در این پایان‌نامه بصورت روابط (۱۵-۲) الی (۱۷-۲) می‌باشد.

$$\tau_b = \tau_m \sin\left(\frac{2\pi}{s} x\right) \quad (۱۵-۲)$$

$$\tau_m = \tau_o \frac{s}{16d_b} \quad (۱۶-۲)$$

$$\tau_o = 3\sqrt{f'_c} \quad (۱۷-۲)$$

فصل سوم

مدل تحلیلی ترک خمشی

۱-۳ مقدمه

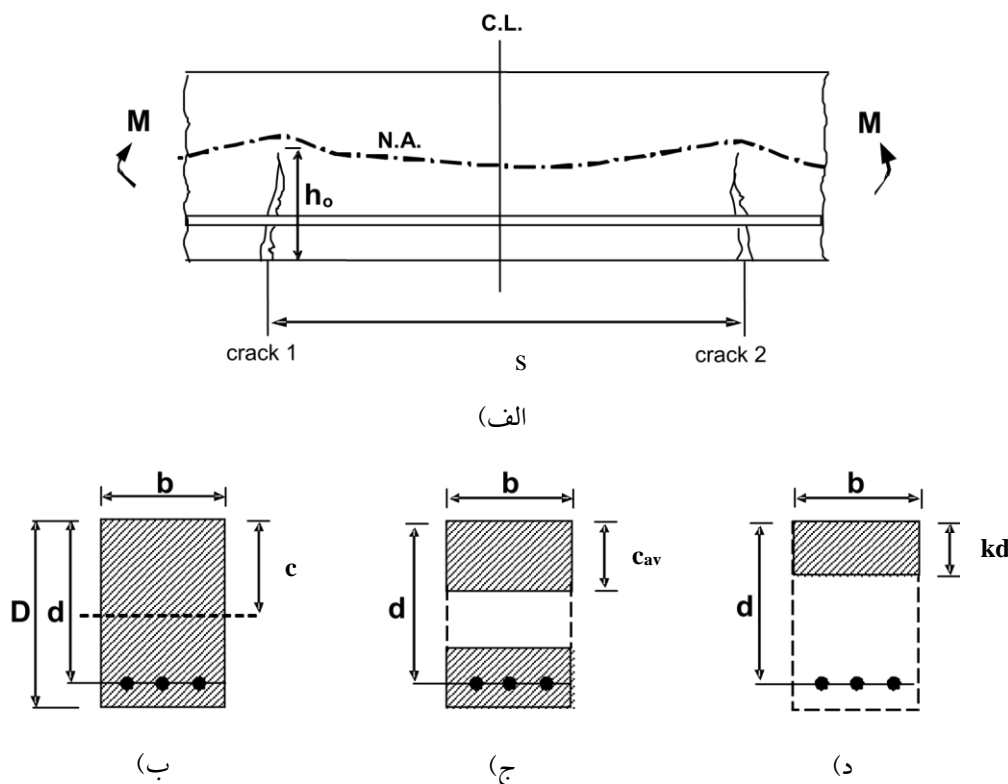
فصل حاضر به توسعه یک مدل تحلیلی جهت توصیف و ارزیابی ترک خمشی در تیرها و دالهای یکطرفه بتن آرمه تخصیص یافته است. مدلسازی طوری صورت می‌گیرد که در آن حداکثر تعداد پارامترهای ممکن لحاظ شده و مدل مذکور بتواند با دقت کافی رفتار ترک خوردگی تیرها و دالهای یکطرفه را شبیه‌سازی کند. بکمک مدل تحلیلی ارائه شده، عرض ترک در اعضای آزمایش شده توسط سایر محققین محاسبه شده و از طریق مقایسه نتایج تحلیلی با نتایج تجربی، اعتبارسنجی مدل مذکور صورت پذیرفته است. همچنین دقت نتایج مدل پیشنهادی در مقایسه با چند رابطه موجود در پیشینه تحقیق نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲-۳ مدلسازی ترک خمشی

۱-۲-۳ کلیات

چنانچه یک عضو خمشی بتن آرمه مطابق شکل ۱-۳ تحت خمش خالص قرار گیرد، دو نوع تنش (تنشهای طولی و عرضی) در ناحیه کششی بتن (پوشش میلگردهای کششی) ایجاد می‌شود. در هنگام تاثیر تنشهای طولی خمشی، ناحیه کششی عضو قبل از ترک خوردگی با یک انقباض جانبی مواجه شده، که این انقباض باعث ایجاد فشار متقابل بین فولاد و بتن محصور کننده آن می‌شود. هنگامیکه یک ترک خمشی

به وقوع می‌پیوندد از آنجاییکه تنش کششی در بتن محل ترک صفر می‌شود فشار جانبی دو محوره یاد شده فوق نیز در محل ترک خوردگی به سمت صفر می‌کند. سپس در محل ترک تنش کششی در بتن به فولاد مسلح کننده منتقل شده و تنش کششی بتن در مقطع ترک خورده صفر می‌شود. در این شرایط موقعیت تار خنثی در مقطع ترک خورده، جهت حفظ تعادل بالاتر می‌رود (شکل ۳-۱)



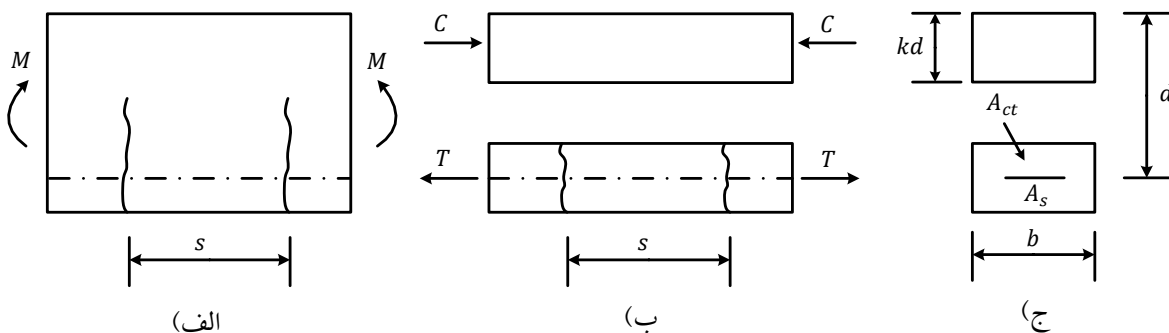
شکل ۳-۱ ترک خمشی در تیر و دال یکطرفه بتن آرمه؛ (الف) هندسه توسعه ترک؛ (ب) مقطع قبل از ترک خوردگی؛ (ج) مقطع میانی (مقطع معادل در ناحیه کششی مطابق مدل پیشنهادی پایان‌نامه)؛ (د) مقطع ترک خورده

از آنجاییکه تنش از فولاد به بتن توسط عملکرد پیوستگی منتقل می‌شود، تنش کششی در بتن بین دو ترک متوالی وجود دارد. با افزایش روند بارگذاری، انتقال تنش پیوستگی بین بتن و فولاد کششی در ناحیه بین دو ترک متوالی باعث افزایش تنش کششی بتن این ناحیه می‌گردد. با بارگذاری بیشتر تنش کششی بتن افزایش یافته، تا اینکه در مقطع ضعیف بعدی تنش در بتن به مقاومت کششی بتن رسیده و مقطع ترک می‌خورد. با افزایش بارگذاری این روند تکرار می‌شود تا اینکه فاصله بین دو ترک متوالی به اندازه کافی بزرگ نباشد که از طریق انتقال تنش پیوستگی، امکان رسیدن تنش بتن به مقاومت کششی و تشکیل ترک بعدی فراهم گردد. به این ترتیب الگوی ترک خوردگی ثابت می‌شود و امکان تشکیل ترک بیشتر وجود نخواهد داشت. در این شرایط با افزایش بارگذاری بجای تشکیل ترک جدید، عرض ترکها بیشتر می‌شود.

در این مرحله فاصله بین دو ترک متوالی s فاصله تثبیت شده ترک خوردگی^۱ نامیده می‌شود. عرض ترک نشان داده شده در شکل ۳-۱ تابعی از تغییر طول فولاد و بتن محصور کننده آن در فاصله بین دو ترک متوالی بوده، و ادامه نیز با محاسبه این تغییر طولها عرض ترک بصورت تحلیلی محاسبه می‌شود.

۳-۲-۲ توصیف مدل

بمنظور مدلسازی ترک خمشی در تیرها و دالهای یکطرفه تحت خمش خالص، یک مدل ساده توسعه داده شده است (شکل ۳-۲). یک قطعه از عضو با مقطع مستطیلی، تحت اثر لنگر بزرگتر از لنگر ترک خوردگی M_{cr} را در نظر بگیرید (شکل الف-۳-۲). فرض می‌شود تیر یا دال یکطرفه ترک خورده شامل دو عضو محوری بتن آرمه می‌باشد. یکی از اعضای محوری نماینده ناحیه فشاری تیر یا دال با مقطع مستطیلی $b \times kd$ عرض تیر یا دال یکطرفه و kd عمق تار خنثی در مقطع ترک خورده) بوده و عضو دیگر نماینده ناحیه کششی تیر یا دال یکطرفه با سطح مقطع موثر بتن A_{ct} و سطح مقطع فولاد A_s می‌باشد (شکل های ب-۳-۲ و ج-۳-۲). سطوح A_{ct} و A_s بصورت هم مرکز فرض شده است. مرکز A_s و A_{ct} در فاصله d از تار فوقانی مقطع در نظر گرفته می‌شود. عضو کششی در مدل پیشنهادی تحت اثر نیروی T قرار گرفته است (شکل ب-۳-۲).



شکل ۳-۲ مدل تحلیلی ترک خمشی؛ الف) عضو تحت خمش خالص؛ ب) مدل تحلیلی تیر یا دال یکطرفه شامل دو عضو کششی و فشاری؛ ج) مقطع عضوهای کششی و فشاری

در مقطع ترک خورده این نیروی کششی بصورت کامل توسط فولاد مقطع تحمل شده و از رابطه زیر قابل محاسبه است.

$$T = \frac{nM(1-k)d}{I_{cr}} A_s \quad (۳-۱)$$

همچنین تنش فولاد در مقطع ترک خورده $\sigma_{s,cr}$ برابر است با

^۱ Stabilized Crack Spacing

$$\sigma_{s,cr} = \frac{nM(1-k)d}{I_{cr}} \quad (2-3)$$

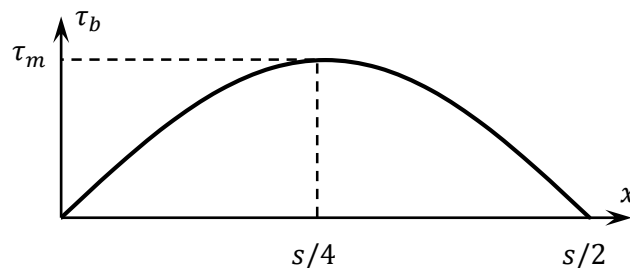
که در آن I_{cr} ممان اینرسی تبدیل یافته مقطع ترک خورده، kd فاصله دورترین تار فشاری مقطع ترک خورده از تار خنثی، d عمق موثر مقطع، n نسبت مدولی $(n = E_s/E_c)$ و E_s و E_c به ترتیب مدول الاستیسیته فولاد و بتن می‌باشند.

فرضیات زیر جهت مدلسازی رفتار عضو کششی در مدل تحلیلی بکار گرفته می‌شود:

- ۱- فولاد و بتن طی بارگذاری و تغییر شکل در حالت الاستیک باقی می‌مانند.
- ۲- فرض می‌شود تنش بتن در مقطع عرضی عضو کششی بصورت یکنواخت توزیع شود.
- ۳- جهت تخمین تنش پیوستگی انتقال یافته از فولاد به بتن، از توزیع تنش پیوستگی پیشنهادی در فصل دوم این پایان‌نامه استفاده می‌شود (شکل ۳-۳)

$$\tau_b = \tau_o \frac{s}{16d_b} \sin\left(\frac{2\pi}{s}x\right) \quad (3-3)$$

$$\tau_o = 3\sqrt{f'_c} \quad (4-3)$$



شکل ۳-۳ توزیع تنش پیوستگی پیشنهادی (منحنی سینوسی)

در یک عضو کششی بتن آرمه قبل از ترک خوردگی فولاد و بتن دارای کرنش یکسانی بوده و عضو عاری از ترک می‌باشد. تنش بتن در لحظه قبل از ترک خوردگی برابر f_{ct} (مقاومت کششی بتن) بوده و تنش فولاد n (نسبت مدولی) برابر این مقدار می‌باشد. پس از ترک خوردگی، تنش فولاد در مقطع ترک خورده از nf_{ct} به مقدار زیر تغییر می‌کند.

$$\sigma_s = f_{ct} \left(\frac{1}{\rho} + n - 1 \right) \quad (5-3)$$

که در آن $\rho (= A_s/A_c)$ نسبت فولاد عضو کششی می‌باشد (نسبت سطح مقطع فولاد به سطح مقطع عضو).

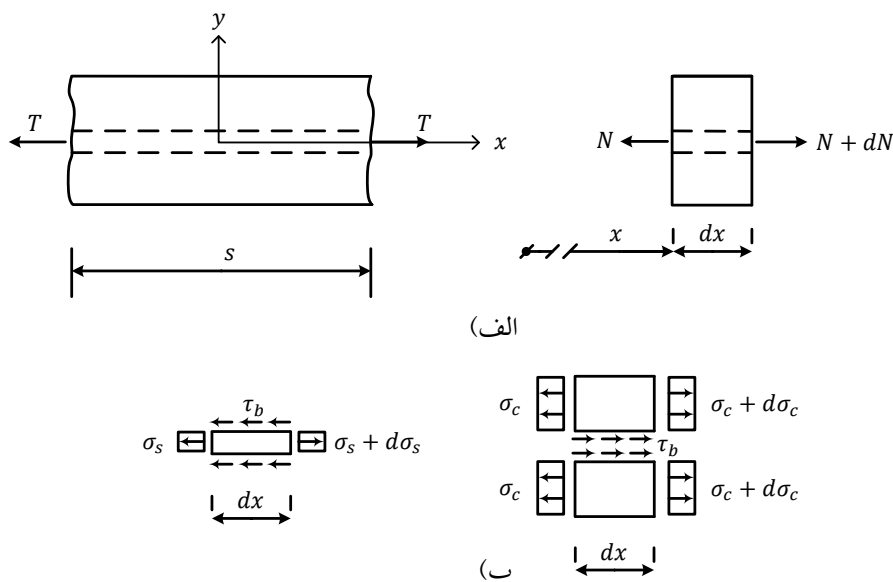
سطح موثر بتن در مدل تحلیلی ترک خمشی را می‌توان از تساوی تنش فولاد در مقطع ترک خورده و تنش فولاد در یک عضو کششی بلافاصله پس از وقوع ترک محاسبه و برآورد کرد. از اینرو با تساوی روابط (۲-۳) و (۵-۳) سطح موثر بتن A_{ct} بصورت رابطه (۶-۳) بدست خواهد آمد.

$$A_{ct} = A_s \left(\frac{nM(1-k)d}{f_{ct} I_{cr}} - n + 1 \right) \quad (6-3)$$

و نسبت فولاد موثر عضو کششی در مدل تحلیلی ρ_t نیز برابر است با

$$\rho_t = \left(\frac{nM(1-k)d}{f_{ct} I_{cr}} - n + 1 \right)^{-1} \quad (7-3)$$

حال قطعه‌ای از یک عضو کششی که تحت اثر نیروی T قرار گرفته و نماینده ناحیه کششی بین دو ترک خمشی متوالی می‌باشد را در نظر بگیرید (شکل الف-۳-۴). طول قطعه برابر فاصله دو ترک متوالی s می‌باشد. بدلیل تقارن در هندسه و بارگذاری مبدا مختصات طولی x در نقطه میانی بین دو ترک انتخاب شده است. دیاگرامهای جسم آزاد المانهای فولادی و بتنی بطول dx در فاصله x از مبدا در شکل ب-۳-۴ نشان داده شده است.



شکل ۳-۴ عضو کششی بتن آرمه و نمودارهای جسم آزاد المانهای فولادی و بتنی

از شرایط تعادل المانهای نشان داده شده در شکل ۳-۴، معادلات دیفرانسیل زیر نتیجه می‌شود.

$$d\sigma_s = \frac{4\tau_b}{d_b} dx \quad (8-3)$$

$$d\sigma_c = \frac{-4\tau_b\rho_t}{(1-\rho_t)d_b} dx \quad (9-3)$$

که τ_b تنش پیوستگی در مرز مشترک فولاد و بتن و d_b قطر اسمی میلگرد کششی می باشد. با انتگرال گیری از معادلات دیفرانسیل (3-8) و (3-9) برای المانهای فولادی و بتنی شکل 3-4 و با لحاظ نمودن شرایط مرزی مناسب $\sigma_c = 0$ و $\sigma_s = \sigma_{s,cr}$ در مقطع ترک خورده ($x = s/2$) و همچنین استفاده از توزیع تنش پیوستگی پیشنهادی مطابق رابطه (3-3)، تنشهای فولاد و بتن در فاصله x از مبدا مختصات بصورت روابط زیر خواهند بود.

$$\sigma_s = \sigma_{s,cr} - \frac{\tau_o s^2}{4\pi d_b^2} \cos^2 \frac{\pi x}{s} \quad (10-3)$$

$$\sigma_c = \frac{\tau_o \rho_t s^2}{4\pi(1-\rho_t)d_b^2} \cos^2 \frac{\pi x}{s} \quad (11-3)$$

تنش حداکثر بتن $\sigma_{c,max}$ در مرکز قطعه ($x = 0$) اتفاق می افتد. بنابراین این تنش برابر است با

$$\sigma_{c,max} = \frac{\tau_o \rho_t s^2}{4\pi(1-\rho_t)d_b^2} \quad (12-3)$$

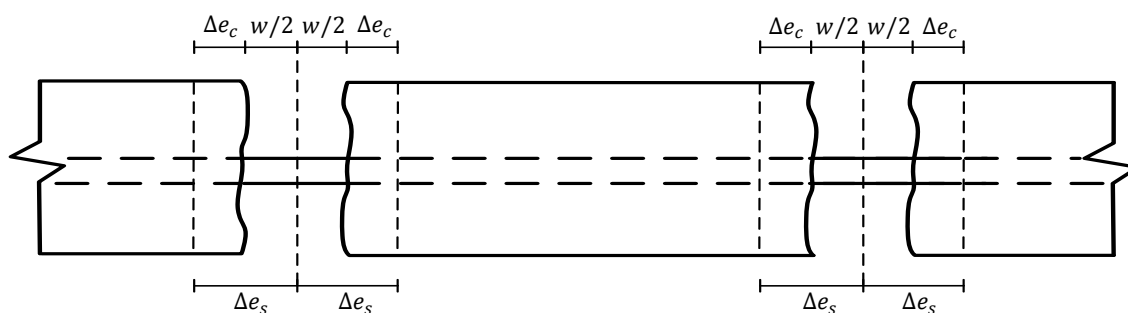
از آنجاییکه تنش کششی بتن نمی تواند از مقاومت کششی آن بیشتر شود، حداکثر فاصله ترکها s_{max} زمانی اتفاق می افتد که حداکثر تنش کششی بتن برابر با مقاومت کششی آن شود ($\sigma_{c,max} = f_{ct}$). از اینرو حداکثر فاصله ترکها بصورت زیر محاسبه می شود.

$$s_{max} = 2d_b \left[\frac{\pi f_{ct}(1-\rho_t)}{\tau_o \rho_t} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (13-3)$$

حداقل فاصله ترکها s_{min} برابر با $s_{max}/2$ می شود زیرا زمانی که یک تنش کششی برابر با مقاومت کششی بتن شود این تنش در نقطه میانی بین دو ترک اتفاق افتاده و باعث ایجاد ترک جدیدی می شود. در این شرایط فاصله ترکها به اندازه ای است که امکان ایجاد ترک جدید وجود ندارد. از اینرو، فاصله متوسط ترکها در الگوی کامل شده ترک دارای محدودیت زیر می باشد.

$$\frac{s_{max}}{2} \leq s_{ave} \leq s_{max} \quad (14-3)$$

۳-۲-۳ محاسبه عرض ترک



شکل ۳-۵ تغییر طول فولاد و بتن بین دو ترک متوالی و نمایش عرض ترک

عرض ترک آنی در تراز آرماتور بصورت اختلاف در تغییر طول الاستیک فولاد و بتن بین دو ترک متوالی تعیین و محاسبه می‌شود (شکل ۳-۵). مطابق فرض شماره (۱)، روابط کرنش برای فولاد و بتن بصورت زیر می‌باشد.

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} = \frac{\sigma_{s,cr}}{E_s} - \frac{\tau_o s^2}{4E_s \pi d_b^2} \cos^2 \frac{\pi x}{s} \quad (15-3)$$

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_c} = \frac{\tau_o \rho_t s^2}{4E_c \pi (1 - \rho_t) d_b^2} \cos^2 \frac{\pi x}{s} \quad (16-3)$$

که ε_s و ε_c به ترتیب کرنش فولاد و بتن در فاصله x از مبدا مختصات می‌باشند. تغییر طول فولاد و بتن برای یک نیمه از فاصله دو ترک متوالی، از طریق انتگرال گیری تابعهای کرنش فولاد و بتن در این بازه قابل محاسبه می‌باشد.

$$\Delta e_s = \int_0^{s/2} \varepsilon_s dx = \frac{s \sigma_{s,cr}}{2E_s} - \frac{s^3 \tau_o}{16E_s \pi d_b^2} \quad (17-3)$$

$$\Delta e_c = \int_0^{s/2} \varepsilon_c dx = \frac{s^3 \tau_o \rho_t}{16E_c \pi d_b^2 (1 - \rho_t)} \quad (18-3)$$

که Δe_s و Δe_c به ترتیب تغییر طول فولاد و بتن در بازه یک نیمه از فاصله بین ترکها می‌باشد. اختلاف تغییر طول فولاد و بتن معرف لغزش بین دو مصالح می‌باشد. در بازه یک نیمه از فاصله بین دو ترک متوالی، لغزش فولاد نسبت به بتن برابر است با

$$\delta = \Delta e_s - \Delta e_c = \frac{s}{2E_s} \left[\sigma_{s,cr} - \frac{\tau_o s^2}{8\pi d_b^2} \left(1 + \frac{n\rho_t}{1 - \rho_t} \right) \right] \quad (19-3)$$

عرض ترک برابر است با مجموع لغزشهای دو نیم قطعه همجوار. بنابراین عرض ترک بصورت زیر تعیین می شود.

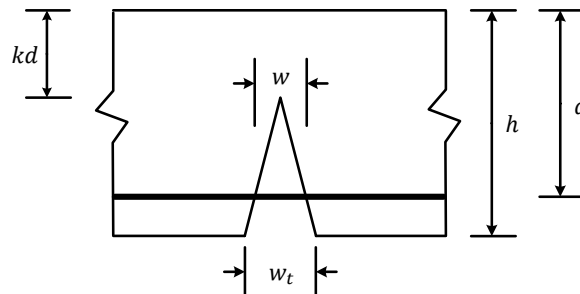
$$w = 2\delta = \frac{s}{E_s} \left[\sigma_{s,cr} - \frac{\tau_o s^2}{8\pi d_b^2} \left(1 + \frac{n\rho_t}{1-\rho_t} \right) \right] \quad (20-3)$$

که در آن w عرض ترک در تراز آرماتور می باشد. رابطه (۲۰-۳) نشان می دهد که پارامتر اصلی موثر در عرض ترک، فاصله ترکها می باشد. همچنین از این رابطه می توان نتیجه گرفت که با انتخاب قطر میلگرد کوچکتر یا آرماتور با خواص پیوستگی بهتر، عرض ترک کاهش می یابد. هنگامیکه $s = s_{max}$ رابطه (۲۰-۳) حداکثر عرض ترک را بدست می دهد و هنگامیکه $s = s_{min}$ این رابطه معرف حداقل عرض ترک خواهد بود.

عرض ترک در وجه کششی مقطع با فرض اینکه مقاطع عرضی در خمش مسطح باقی می مانند، محاسبه می شود (شکل ۳-۶).

$$w_t = \frac{h - kd}{d - kd} w \quad (21-3)$$

که w_t عرض ترک در وجه کششی مقطع می باشد.



شکل ۳-۶ عرض ترک در وجه کششی

۳-۳ مقایسه با نتایج تجربی

بمنظور بررسی صحت مدل پیشنهادی، در این بخش عرضهای ترک حاصل از نتایج آزمایش با مقادیر محاسبه شده عرض ترک توسط روابط حاصل از مدل تحلیلی مقایسه می شوند. همچنین دقت نتایج مدل پیشنهادی در مقایسه با برخی از روابط موجود در پیشینه تحقیق نیز مورد بررسی قرار می گیرد. در این مقایسه ابتدا نتایج آزمایشهای انجام شده توسط کلارک [۱] و کای و کرسین [۹] و سپس نتایج آزمایشهای گیلبرت و نژادی^۱ [۵۲] مورد استفاده قرار می گیرد.

^۱ Gilbert and Nejadi

۳-۳-۱ نتایج تجربی کلارک [۱] و کای و کرسین [۹]

نمونه‌های مورد آزمایش در این دو مطالعه، شامل تیرها و دالهای یکطرفه بتن آرمه‌ای هستند که مشخصات آنها مطابق جدول ۳-۱ می‌باشد. تمامی اعضاء دو سر ساده بوده و همگی در یک چهارم دهانه بصورت متمرکز بارگذاری شده‌اند. بنابراین لنگر خمشی در یک دوم میانی دهانه‌ها ثابت بوده و تمامی مشاهدات و ثبت نتایج در این محدوده صورت گرفته است.

آزمایشهای مذکور تحت شرایط بارگذاری کوتاه مدت (آنی) بوده و در این مقایسه از حداکثر عرض ترک گزارش شده در وجه کششی مقطع استفاده شده است. از اینرو، روابطی از پیشینه تحقیق که حداکثر عرض ترک در تراز آرماتور را ارائه کرده‌اند در ثابت $(h - kd)/(d - kd)$ ضرب می‌شوند.

جدول ۳-۱ مشخصات نمونه‌های آزمایش شده توسط کلارک [۱] و کای و کرسین [۹]

مشاهدات	تعداد	محدوده نسبت فولاد کششی	محدوده قطر میلگردها (mm)	محدوده عرض مقطع (mm)	محدوده ارتفاع مقطع (mm)	تعداد نمونه	نوع نمونه	محقق
300		0.0101-0.0258	19 - 36	152	381 - 584	26	تیر	کلارک
						28	دال	
85		0.0100-0.0159	13 - 32	152 - 279	152 - 584	16	تیر	کای و کرسین

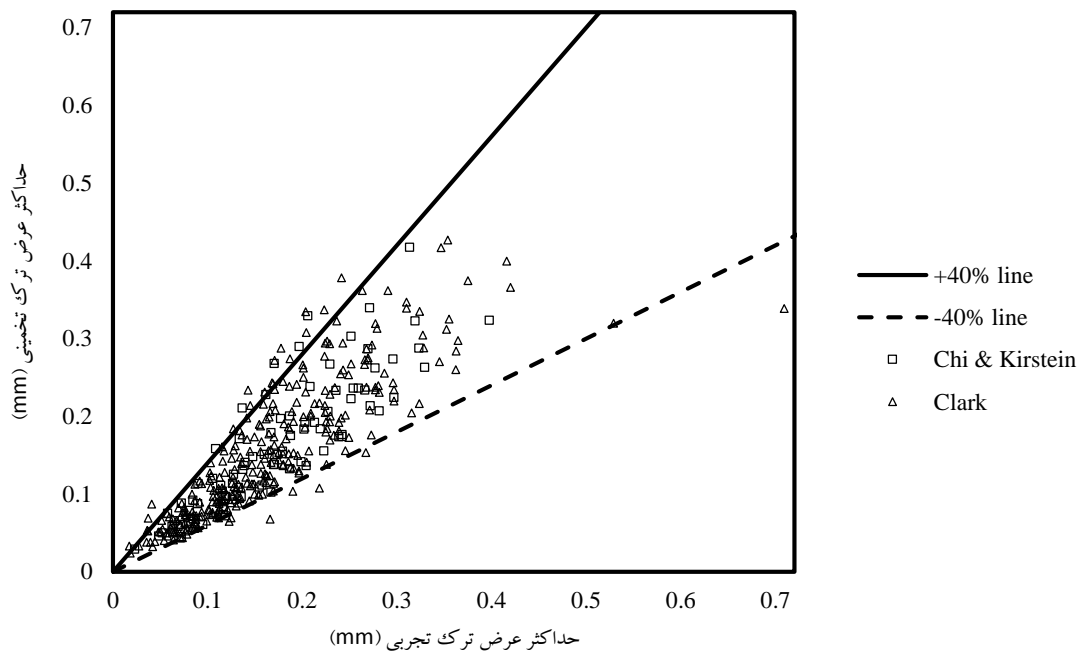
مقایسه توصیف شده در بخش ۳-۳، در شکل ۳-۷ نمایش داده شده است. در نمودارهای این شکل، حداکثر عرض ترک تجربی در مقابل مقادیر محاسبه شده توسط رابطه (۳-۲۰) و روابط مختلف موجود در پیشینه تحقیق رسم شده‌اند.

از بررسی این نمودارها می‌توان دریافت که دقت روابط مختلف جهت تخمین عرض ترک خمشی متفاوت می‌باشد. این امر به این دلیل است که ترک خوردگی در بتن آرمه ماهیتی تصادفی داشته و اندازه‌گیری و ثبت عرض ترک دارای پراکنش زیادی می‌باشد.

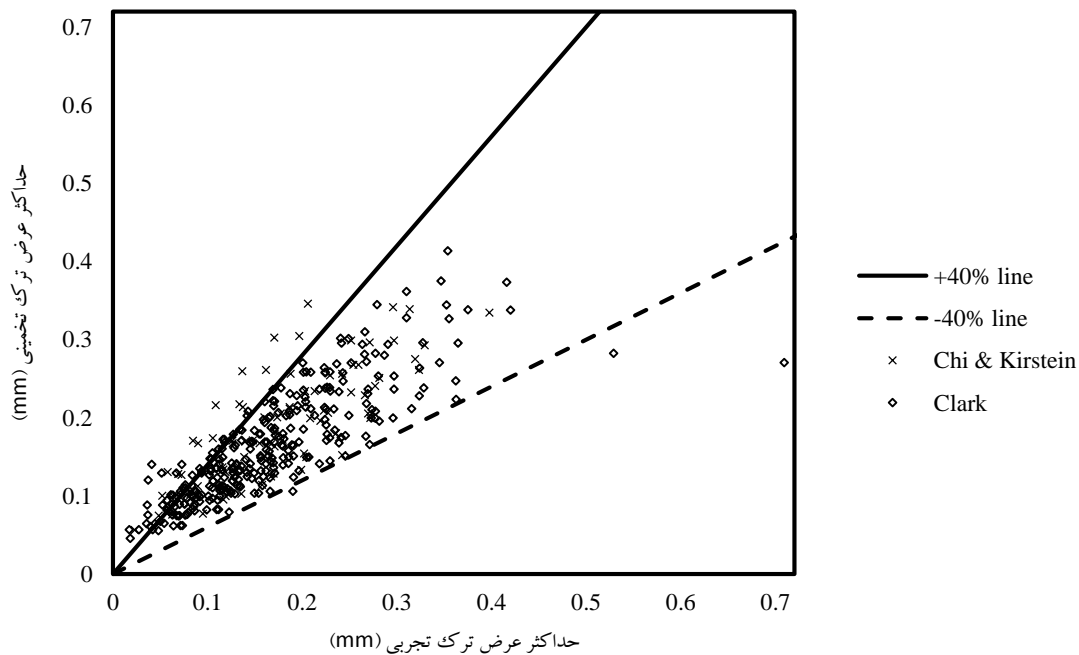
برای مدل پیشنهادی پایان‌نامه، فقط در ۳۲ مشاهده از مجموع ۳۸۵ مشاهده، مقادیر تخمینی خارج از حد فاصل $\pm 40\%$ درصد مقادیر تجربی قرار گرفته‌اند. به عبارت دیگر ۹۲ درصد مقادیر تخمینی در حد فاصل $\pm 40\%$ درصد مقادیر تجربی واقع شده‌اند. این دقت با توجه به ماهیت تصادفی ترک خوردگی کاملاً قابل قبول و رضایتبخش می‌باشد.

حال به بررسی دقت برخی از روابط موجود در پیشینه تحقیق می‌پردازیم. برای رابطه گرگلی و لوتز [۵] (رابطه پیشنهادی مبحث نهم مقررات ملی ساختمان) ۸۴ درصد مقادیر محاسبه شده در حد فاصل $\pm 40\%$

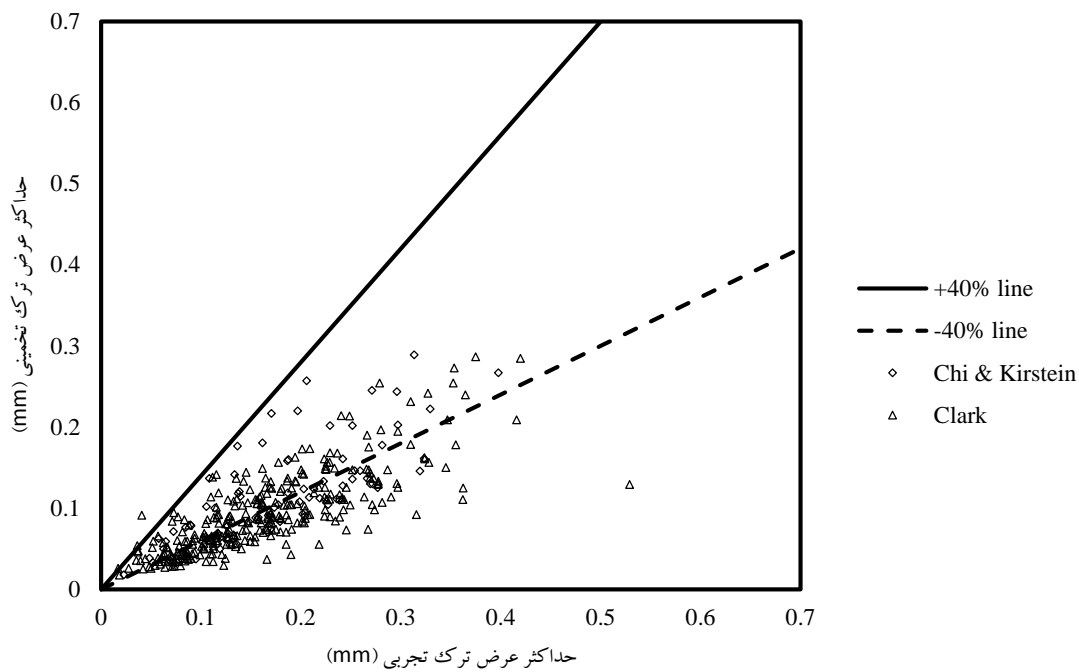
درصد مقادیر اندازه گیری شده عرض ترک قرار دارد. این درصد برای آیین نامه های Model Code 2010 [۲۹] و Eurocode 2-92 [۳۰] به ترتیب ۴۲ و ۷۶ درصد می باشد. مشاهده می شود که دقت مدل پیشنهادی از روابط مرور شده فوق بهتر بوده، که خود حاکی از تایید صحت مدل پیشنهادی پایان نامه می باشد.



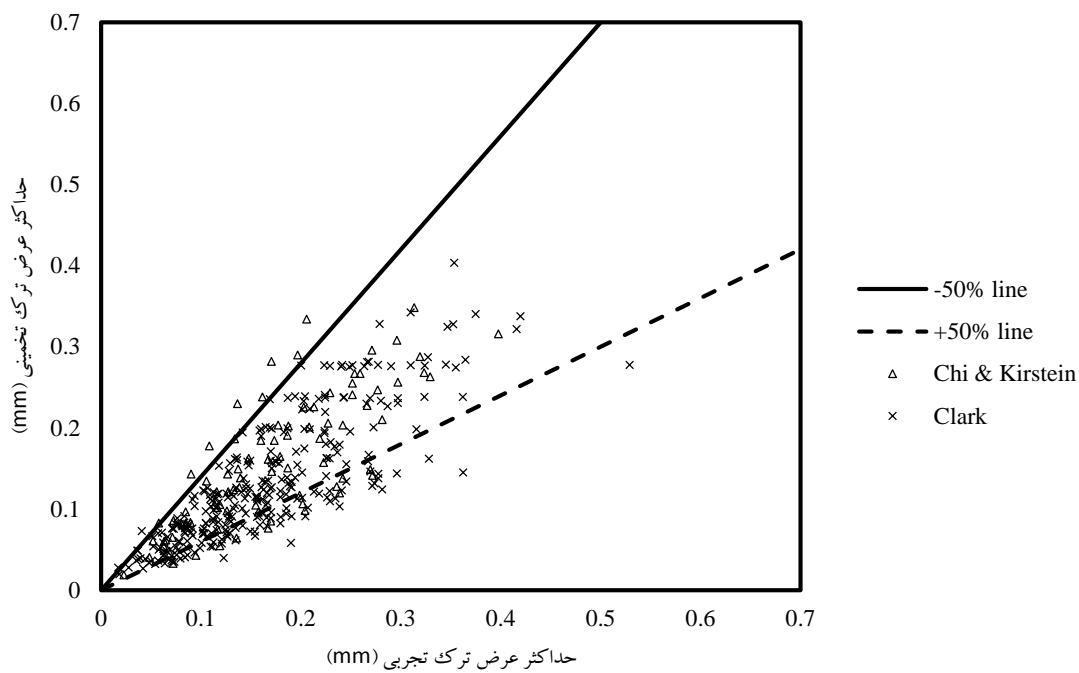
الف) مدل پیشنهادی پایان نامه



ب) رابطه گرگلی و لوتز [۵]



ج) آیین نامه Model Code 2010 [۲۹]



د) آیین نامه EC2-92-1-1-2004 [۳۰]

شکل ۳-۷ بررسی دقت مدل پیشنهادی و برخی روابط در مقایسه با نتایج تجربی

۳-۳-۱ نتایج تجربی گیلبرت و نژادی [۵۲]

۱۲ تیر و دال یکطرفه بتن آرمه تحت لنگر خالص توسط گیلبرت و نژادی در سال ۲۰۰۴ مورد آزمایش قرار گرفت [۵۲]. نمونه‌ها دو سر ساده بوده و دارای مقطع مستطیلی می‌باشند. جزییات این ۱۲ نمونه مطابق جدول ۲-۳ است. در پژوهش مذکور عرض ترک در تراز آرماتور گزارش شده و در این مقایسه از نتایج بارگذاری کوتاه مدت آزمایشها استفاده می‌شود.

جدول ۲-۳ جزییات نمونه‌های آزمایش شده توسط گیلبرت و نژادی [۵۲]

تیر	قطر میلگرد (mm)	مساحت فولاد مقطع (mm ²)	عرض مقطع (mm)	عمق موثر مقطع (mm)
B1-a	16	400	250	300
B1-b				
B2-a				
B2-b		600		
B3-a				
B3-b				
دال	قطر میلگرد (mm)	مساحت فولاد مقطع (mm ²)	عرض مقطع (mm)	عمق موثر مقطع (mm)
S1-a	12	226	400	130
S1-b				
S2-a		339		
S2-b				
S3-a		452		
S3-b				

عرض ترک تجربی و تخمینی برای نمونه‌های مختلف در جدول ۳-۳ نشان داده شده است. مقدار متوسط نسبت عرض ترک تخمینی به تجربی برای مدل پیشنهادی پایان‌نامه ۱/۱۸ است. این مقدار برای رابطه گرگلی و لوتز [۵] و روابط آیین‌نامه‌های Model Code 2010 [۲۹] و Eurocode 2-92 [۳۰] به ترتیب ۱/۷۳، ۱/۴۰ و ۱/۵۳ می‌باشد. با توجه به ناهمگن بودن و ماهیت تصادفی بتن و همچنین از آنجاییکه متوسط نسبت عرض ترک تخمینی به تجربی در مدل پیشنهادی از سه رابطه مرور شده در پیشینه تحقیق کوچکتر (نزدیکتر به ۱) بوده، مطابقت مدل پیشنهادی با نتایج تجربی قابل قبول تلقی می‌شود.

جدول ۳-۳ مقایسه نتایج مدل پیشنهادی و برخی روابط با نتایج تجربی

نمونه	نتایج تجربی	مدل پیشنهادی		رابطه گرگی و لوتز		آیین نامه Model Code 2010		آیین نامه EC2-92-1-1-2004	
	w_{max}^*	w_{max}	w_{max}/w_{max}^*	w_{max}	w_{max}/w_{max}^*	w_{max}	w_{max}/w_{max}^*	w_{max}	w_{max}/w_{max}^*
B1-a	0.13	0.14	1.09	0.21	1.60	0.19	1.43	0.22	1.66
B1-b	0.05	0.08	1.57	0.14	2.84	0.10	1.92	0.11	2.23
B2-a	0.11	0.14	1.29	0.16	1.46	0.18	1.60	0.17	1.57
B2-b	0.05	0.08	1.54	0.11	2.18	0.09	1.85	0.09	1.82
B3-a	0.08	0.13	1.62	0.13	1.67	0.12	1.51	0.14	1.79
B3-b	0.05	0.06	1.18	0.08	1.61	0.06	1.16	0.07	1.38
S1-a	0.10	0.13	1.25	0.20	2.02	0.19	1.91	0.18	1.80
S1-b	0.08	0.08	1.06	0.16	1.95	0.12	1.48	0.11	1.40
S2-a	0.13	0.12	0.94	0.17	1.33	0.14	1.11	0.16	1.26
S2-b	0.08	0.07	0.86	0.12	1.49	0.08	1.04	0.09	1.18
S3-a	0.10	0.10	0.99	0.14	1.37	0.10	0.96	0.13	1.28
S3-b	0.08	0.06	0.77	0.10	1.26	0.06	0.78	0.08	1.04

w_{max}^* = حداکثر عرض ترک تجربی

w_{max} = حداکثر عرض ترک تخمینی

فصل چهارم

نتیجه گیری

۴-۱ خلاصه و نتیجه گیری

در پایان نامه حاضر پدیده ترک خوردگی خمشی در تیرها و دالهای یکطرفه بتن آرمه بصورت تحلیلی و از دیدگاه بارگذاری کوتاه مدت مورد مطالعه قرار گرفت. ابتدا مروری بر روابط آیین نامه‌ای و مطالعات انجام شده جهت تخمین عرض و فاصله ترکهای خمشی صورت گرفت. با مطالعه رفتار پیوستگی بتن و فولاد، یک توزیع تنش پیوستگی برای آرماتورهای آجدار در شرایط معمولی پیشنهاد شد. سپس یک مدل تحلیلی جهت توصیف رفتار ترک خمشی توسعه داده شد. در مدل یاد شده، از یک عضو کششی برای شبیه سازی ناحیه کششی عضو خمشی استفاده شده است. همچنین برای سطح مقطع این عضو کششی، یک تعریف تحلیلی از مقایسه تنش کششی در مقطع ترک خورده خمشی و تنش در یک عضو کششی بلافاصله پس از ایجاد ترک ارائه گردید.

اعتبارسنجی مدل پیشنهادی پایان نامه از طریق مقایسه نتایج مدل با نتایج تجربی صورت گرفت. این صحت سنجی نشان داد که مدل ارائه شده دقت کافی در توصیف و مدل سازی ترک خمشی در تیرها و دالهای یکطرفه بتن آرمه دارد. مقایسه دقت روابط مختلف نشان داد که رابطه پیشنهادی مبحث نهم مقررات ملی ساختمان (رابطه گرگلی و لوتز [۵])، بمنظور محاسبه عرض ترک کوتاه مدت (آنی) دقت رضایت بخشی دارد اما از سوی دیگر، این رابطه جهت محاسبه عرض ترک در اعضای که دارای پوشش بتنی بیشتر از ۶۰ میلیمتر باشند غیر قابل اعتماد بوده و همچنین توانایی محاسبه افزایش عرض ترک ناشی از بارگذاری

دراز مدت را ندارد. از اینرو، جایگزینی آن در مبحث نهم مقررات ملی ساختمان پیشنهاد می‌شود. آیین‌نامه EC2 نیز تخمین رضایتبخشی از عرض ترک کوتاه مدت دارد. آیین‌نامه Model Code به رغم اینکه عرض ترک کوتاه مدت را کمتر از مقادیر تجربی پیش‌بینی می‌کند، با توجه به ماهیت تصادفی ترک خوردگی اعضای بتن آرمه این تخمین قابل قبول تلقی می‌شود. البته شایان ذکر است که روابط پیشنهادی دو آیین‌نامه اخیر برخلاف مبحث نهم مقررات ملی، توانایی محاسبه افزایش عرض ترک ناشی از بارگذاری دراز مدت را ندارند.

۲-۴ پیشنهادات

- پیشنهادات ذیل جهت ادامه این پژوهش و همچنین تحقیقات آینده ارائه می‌گردد.
- ۱- مدل تحلیلی حاضر را می‌توان برای بارگذاری بلند مدت و با لحاظ نمودن اثرات جمع‌شدگی و خزش در مدل و همچنین در توزیع تنش پیوستگی بسط و توسعه داد.
 - ۲- مدل حاضر به بررسی ترک خمشی در عضو با لنگر ثابت اختصاص دارد که می‌توان به بررسی ناحیه با لنگر متغیر نیز پرداخت.
 - ۳- برای بارگذاری دوره‌ای نیز می‌توان توزیع تنش پیوستگی را مورد بازبینی قرار داد و مدل تحلیلی متناظر با این بارگذاری را توسعه داد.
 - ۴- می‌توان با بررسی اثرات FRP بر روی رفتار پیوستگی، یک توزیع تنش پیوستگی جدید برای قطعات دورپیچ شده با FRP پیشنهاد داده و مدل جدیدی توسعه داد.
 - ۵- از آنجاییکه نوع بتن بر روی رفتار پیوستگی موثر است؛ می‌توان بجای بتن معمولی، انواع دیگر بتن مانند بتنهای توانمند را مورد بررسی قرار داد.
 - ۶- خوردگی نیز بر رفتار پیوستگی بتن و فولاد و همچنین بر ترک خوردگی موثر است. از اینرو می‌توان مدل تحلیلی تعیین عرض ترک ناشی از خوردگی را مورد بحث و بررسی قرار داد.
 - ۷- توزیع تنش پیوستگی پیشنهادی در این پایان‌نامه، قابلیت کاربرد در مطالعات شامل خیز و سخت‌شدگی کششی^۱ را نیز دارد.

¹ Tension Stiffening

- [١] A. P. Clark, "Cracking in Reinforced Concrete Flexural Members," ACI Journal, Proceedings, vol. 52, no. 4, pp. 851-862, 1956.
- [٢] E. Hognestad, "High Strength Bars as Concrete Reinforcement, Part 2: Control of Flexural Cracking," Journal of the PCA Research and Development Laboratories, vol. 4, no. 1, pp. 46-63, 1962.
- [٣] P. H. Kaar, and A. H. Mattock, "High Strength Bars as Concrete Reinforcement, Part 4: Control of Cracking," Journal of the PCA Research and Development Laboratories, vol. 5, no. 1, pp. 15-38, 1963.
- [٤] P. H. Kaar, and E. Hognestad, "High Strength Bars as Concrete Reinforcement, Part 7: Control of Cracking in T-beam Flanges," Journal of the PCA Research and Development Laboratories, vol. 7, no. 1, pp. 42-53, 1965.
- [٥] P. Gergely, and L. Lutz, "Maximum Crack Width in Reinforced Concrete Flexural Members," ACI Special Publication, vol. 20, pp. 87-117, 1968.
- [٦] E. G. Nawy, "Crack Control in Reinforced Concrete Structures," ACI Journal, Proceedings, vol. 65, no. 10, pp. 825-836, 1968.
- [٧] H. M. Makhlof, and F. A. Malhas, "The Effect of Thick Concrete Cover on the Maximum Flexural Crack Width under Service Load," ACI Structural Journal, vol. 93, no. 3, pp. 257-265, 1996.
- [٨] S. H. Chowdhury, and Y. C. Loo, "A New Formula for Prediction of Crack Widths in Reinforced and Partially Prestressed Concrete Beams," Advances in Structural Engineering, vol. 4, no. 2, pp. 101-110, 2001.
- [٩] M. Chi, and A. F. Kirstein, "Flexural Cracks in Reinforced Concrete Beams," ACI Journal, Proceedings, vol. 54, no. 4, pp. 865-878, 1958.
- [١٠] B. B. Broms, and L. R. A. Lutz, "Effects of Arrangement of Reinforcement on Crack Width and Spacing of Reinforced Concrete Members," ACI Journal, Proceedings, vol. 62, no. 11, pp. 1395-1410, 1965.
- [١١] B. H. Oh, and Y. J. Kang, "New Formulas for Maximum Crack Width and Crack Spacing in Reinforced Concrete Flexural Members," ACI Structural Journal, vol. 84, no. 2, pp. 103-112, 1987.
- [١٢] R. J. Frosch, "Another Look at Cracking and Crack Control in Reinforced Concrete," ACI Structural Journal, vol. 96, no. 3, pp. 437-442, 1999.

- [۱۳] R. Oesterle, "The Role of Concrete Cover in Crack Control Criteria and Corrosion Protection," PCA R&D Serial No. 2054, Portland Cement Association, 1997.
- [۱۴] R. Piyasena, Y. C. Loo, and S. Fragomeni, "Factors Influencing Spacing and Width of Cracks in Reinforced Concrete; New Prediction Formulae," *Advances in Structural Engineering*, vol. 7, no. 1, pp. 49-60, 2004.
- [۱۵] B. B. Broms, "Crack Width and Crack Spacing in Reinforced Concrete Members ", *ACI Journal, Proceedings*, vol. 62, no. 10, pp. 1237-1256, 1965.
- [۱۶] R. I. Gilbert, "Control of Flexural Cracking in Reinforced Concrete," *ACI Structural Journal*, vol. 105, no. 3, 2008.
- [۱۷] P. Marti, M. Alvarez, W. Kaufmann, and V. Sigrist, "Tension Chord Model for Structural Concrete," *Structural Engineering International*, vol. 8, no. 4, pp. 287-298, 1998.
- [۱۸] H. Rüsçh, and G. Rehm, "Versuche mit Betonformstählen," *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Bulletins*, no. 140 Part 1, 1963.
- [۱۹] H. Rüsçh, and G. Rehm, "Versuche mit Betonformstählen," *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Bulletins*, no. 160 Part 2, 1963.
- [۲۰] H. Rüsçh, and G. Rehm, "Versuche mit Betonformstählen," *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Bulletins*, no. 165 Part 3, 1964.
- [۲۱] ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-89) and Commentary (ACI 318R-89)," American Concrete Institute, 1991.
- [۲۲] ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-95) and Commentary (ACI 318R-95)," American Concrete Institute, 1995.
- [۲۳] ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary (ACI 318M-05)," American Concrete Institute, 2005.
- [۲۴] ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318M-08) and Commentary," American Concrete Institute, 2008.
- [۲۵] ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318M-11) and Commentary," American Concrete Institute, 2011.
- [۲۶] J. K. Wight, and J. G. MacGregor, *Reinforced Concrete: Mechanics and Design*: Pearson Prentice Hall, 2009.

[۲۷] مقررات ملی ساختمان، مبحث نهم، طرح و اجرای ساختمانهای بتن آرمه: نشر توسعه ایران، ۱۳۸۸.

- [٢٨] R. Gilbert, "Flexural Crack Control for Reinforced Concrete Beams and Slabs: An Evaluation of Design Procedures," Proceedings of the 16th Australasian Conference on the Mechanics of Structures and Materials, Sydney, Australia, pp. 175-180, 1999.
- [٢٩] Fédération Internationale du Béton, "Model Code 2010 - First Complete Draft, Vol. 2," International Federation for Structural Concrete (fib), 2010.
- [٣٠] European Committee for Standardization, "Eurocode 2: Design of Concrete Structures - Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings," European Committee for Standardization, Brussels, 2004.
- [٣١] L .A. Lutz, and P. Gergely, "Mechanics of Bond and Slip of Deformed Bars in Concrete," ACI Journal, Proceedings, vol. 64, no. 11, pp. 711-721, 1967.
- [٣٢] D. Watstein, and D. Parsons, "Width and Spacing of Tensile Cracks in Axially Reinforced Concrete Cylinders," Journal of Research of the National Bureau of Standards, vol. 31, no. RP545, pp. 1-24, 1943.
- [٣٣] A. P. Clark, "Bond of Concrete to Reinforcing Bars," ACI Journal, Proceedings, vol. 46, no. 11, pp. 161-184, 1949.
- [٣٤] D. Watstein, and R. G. Mathey, "Width of Cracks in Concrete at the Surface of Reinforcing Steel Evaluated by Means of Tensile Bond Specimens," ACI Journal, Proceedings, vol. 56, no. 7, pp. 47-56, 1959.
- [٣٥] M. R. Esfahani, and B. V. Rangan, "Local Bond Strength of Reinforcing Bars in Normal Strength and High-Strength Concrete (HSC)," ACI Structural Journal, vol. 95, no. 2, pp. 96-106, 1998.
- [٣٦] J. Zuo, and D. Darwin, "Bond Slip of High Relative Rib Area Bars under Cyclic Loading," ACI Structural Journal, vol. 97, no. 2, pp. 331-334, 2000.
- [٣٧] E. Giuriani, G. Plizzari, and C. Schumm, "Role of Stirrups and Residual Tensile Strength of Cracked Concrete on Bond," ASCE Journal of Structural Engineering, vol. 117, no. 1, pp. 1-18, 1991.
- [٣٨] S. M. Mirza, and J. Houde, "Study of Bond Stress–Slip Relationships in Reinforced Concrete," ACI Journal, Proceedings, vol. 76, no. 1, pp. 19-46, 1979.
- [٣٩] B. B. Broms, "Stress Distribution in Reinforced Concrete Members With Tension Cracks," ACI Journal, Proceedings, vol. 62, no. 9, pp. 1095-1108, 1965.
- [٤٠] Y. Goto, "Cracks Formed in Concrete Around Deformed Tension Bars," ACI Journal, Proceedings, vol. 68, no. 4, pp. 244-251, 1971.

- [٤١] C. Kankam, "Relationship of Bond Stress, Steel Stress, and Slip in Reinforced Concrete," *ASCE Journal of Structural Engineering*, vol. 123, no. 1, pp. 79-85, 1997.
- [٤٢] A. H. Nilson, "Internal Measurement of Bond Slip," *ACI Journal, Proceedings*, vol. 69, no. 7, pp. 439-441, 1972.
- [٤٣] R. Eligehausen, E. P. Popov, and V. V. Bertero, "Local Bond Stress-Slip Relationships of Deformed Bars Under Generalized Excitations," *Proceedings of the 7th European Conference on Earthquake Engineering*, vol. 4, pp. 69-80, 1982.
- [٤٤] P. Soroushian, and K.-B. Choi, "Analytical Evaluation of Straight Bar Anchorage Design in Exterior Joints," *ACI Structural Journal*, vol. 88, no. 2, pp. 161-168, 1991.
- [٤٥] G. Monti, F. C. Filippou, and E. Spacone, "Finite Element for Anchored Bars under Cyclic Load Reversals," *ASCE Journal of Structural Engineering*, vol. 123, no. 5, pp. 614-623, 1997.
- [٤٦] A. Ayoub, and F. C. Filippou, "Mixed Formulation of Bond-Slip Problems under Cyclic Loads," *ASCE Journal of Structural Engineering*, vol. 125, no. 6, pp. 661-671, 1999.
- [٤٧] M. Youssef, and A. Ghobarah, "Strength Deterioration due to Bond Slip and Concrete Crushing in Modeling of Reinforced Concrete Members," *ACI Structural Journal*, vol. 96, no. 6, pp. 956-966, 1999.
- [٤٨] E. Spacone, and S. Limkatanyu, "Responses of Reinforced Concrete Members Including Bond-Slip Effects," *ACI Structural Journal*, vol. 97 ,no. 6, pp. 831-839, 2000.
- [٤٩] S. Limkatanyu, and E. Spacone, "Reinforced Concrete Frame Element with Bond Interfaces. I: Displacement-Based, Force-Based, and Mixed Formulations," *ASCE Journal of Structural Engineering*, vol. 128, no. 3, pp. 346-355, 2002.
- [٥٠] R. Gravina, and R. Warner, "Modelling of High-Moment Plastification Regions in Concrete Structures," *Proceedings of the 16th Australasian Conference on the Mechanics of Structures and Materials*, Sydney, Australia, pp. 103-108, 1999.
- [٥١] D. Jiang ,S. Shah, and A. Andonian, "Study of the Transfer of Tensile Forces by Bond," *ACI Journal, Proceedings*, vol. 81, no. 3, pp. 251-259, 1984.
- [٥٢] R. I. Gilbert, and S. Nejadi, *An Experimental Study of Flexural Cracking in Reinforced Concrete Members under Sustained Loads: University of New South Wales, School of Civil and Environmental Engineering*, 2004.

Abstract

Because of the low tensile strength of concrete, cracking in reinforced concrete structures is inevitable. Although the cracks usually are not a problem for the structure, however, in service conditions for some reasons such as aesthetic appearance of structure and making safety feeling in habitants, keeping rebars from corrosion and prevent water leakage, the crack width should be checked with the acceptable limit. Hence controlling the crack width is one of the most important design criteria in design of reinforced concrete structures at serviceability limit states. In the present thesis, the phenomenon of flexural cracking in reinforced concrete beams and one-way slabs in an analytical view and short-term loading conditions has been studied. By studying the concrete and steel bonding behavior, a bond stress distribution for deformed bars in normal conditions is proposed. Then an analytical model is developed to describe the behavior of flexural cracks. In this model, to simulate the tensile area of bending, a tensile member is used. Also for the cross section area of this tensile member, an analytical definition from comparison of tensile stress in cracked flexural section and stress at a tensile member just after initiating cracks is presented. The proposed model is verified by comparing the results of the model with the experimental data tested by other investigators. The results show that the proposed model has the adequate accuracy in describing and modeling flexural cracks in beams and one-way slabs.

Keywords: Analytical model, Flexural cracking, Crack width, Crack spacing, Bond stress, Reinforced concrete.



**University of Kurdistan
Faculty of Engineering
Department of Civil Engineering**

A Thesis Submitted to the Postgraduate Studies Office in Partial Fulfillment
of the Requirements for the Degree of M.Sc.

**Title:
Modeling of Flexural Cracking in Reinforced Concrete Beams
and One-Way Slabs**

**By:
Ashkan Azimi Vaziri**

The above thesis was evaluated and approved by the following members of the thesis committee
with mark [19.52](#) and [excellent](#) quality on [October 13, 2013](#)

<u>Position</u>	<u>Title and Name</u>	<u>Signature</u>
1. Supervisor:	Assist. Prof. H. Dabbagh	
2. External Examiner:	Assist. Prof. A. Habibi	
3. Internal Examiner:	Assist. Prof. M. Esmacilnia Omran	

Head of Department:

[Dr. J. Bahrami](#)

Faculty Graduate Coordinator:



**University of Kurdistan
Faculty of Engineering
Department of Civil Engineering**

**Title:
Modeling of Flexural Cracking in Reinforced Concrete Beams
and One-Way Slabs**

**By:
Ashkan Azimi Vaziri**

**Supervisor:
Dr. Hooshang Dabbagh**

A Thesis
Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of
M.Sc. in Civil Engineering